# KELAS FUNGSI DENGAN PEKALI SELANG-SELI DAN BAKBINTANG TERHADAP TITIK KONJUGAT

TING PEI CHEE



PROGRAM MATEMATIK DENGAN EKONOMI

SEKOLAH SAINS DAN TEKNOLOGI

UNIVERSITI MALAYSIA SABAH

2009

PUMS99:1

# UNIVERSITI MALAYSIA SABAH

BORANG PENGESAHAN STATUS TESIS@

JUDUL: KELAS FUNGSI DENGAN PEKALI SELANG-SELI DAN BAKBINTANG TERHADAP TITIK KONJUGAT

IJAZAH: SARJANA MUDA SAINS DENGAN KEPUJIAN

SAYA TING PEI CHEE SESI PENGAJIAN: 06/07
(HURUF BESAR)

mengaku membenarkan tesis (LPSM/Sarjana/Doktor Falsafah) ini disimpan di Perpustakaan Universiti Malaysia Sabah dengan syarat-syarat kegunaan seperti berikut:-

1. Tesis adalah hakmilik Universiti Malaysia Sabah.
2. Perpustakaan Universiti Malaysia Sabah dibenarkan membuat salinan untuk tujuan pengajian sahaja.
3. Perpustakaan dibenarkan membuat salinan tesis ini sebagai bahan pertukaran antara institutsi pengajian tinggi.
4. Sila tandakan ( / )

[ ] SULIT (Mengandungi maklumat yang berdarjah keselamatan atau Kepentingan Malaysia seperti yang termaktub di dalam AKTA RAHSIA RASMI 1972)

[ ] TERHAD (Mengandungi maklumat TERHAD yang telah ditentukan oleh organisasi/badan di mana penyelidikan dijalankan)

[ ] TIDAK TERHAD



Disahkan Oleh



TingPeiChee
(TANDATANGAN PENULIS)

(TANDATANGAN PUSTAKAWAN)

Alamat Tetap: 3A LRG INDAH 16,
TEKU ROAD,
96000 SIBU, SARAWAK.

Dr. Ani Janteng
Nama Penyelia

Tarikh: 27/4/09

Tarikh: 27/4/09

CATATAN:- *Potong yang tidak berkenaan.
**Jika tesis ini SULIT atau TERHAD, sila lampirkan surat daripada pihak berkuasa /organisasi berkenaan dengan menyatakan sekali sebab dan tempoh tesis ini perlu dikelaskan sebagai SULIT dan TERHAD.
@Tesis dimaksudkan sebagai tesis bagi Ijazah Doktor Falsafah dan Sarjana secara penyelidikan atau disertai bagi pengajian secara kerja kursus dan Laporan Projek Sarjana Muda (LPSM).

# KELAS FUNGSI DENGAN PEKALI SELANG-SELI DAN BAKBINTANG TERHADAP TITIK KONJUGAT

TING PEI CHEE



DISERTASI INI DIKEMUKAKAN UNTUK MEMENUHI SEBAHAGIAN DARIPADA SYARAT MEMPEROLEHI IJAZAH SARJANA MUDA SAINS DENGAN KEPUJIAN

PROGRAM MATEMATIK DENGAN EKONOMI

SEKOLAH SAINS DAN TEKNOLOGI

UNIVERSITI MALAYSIA SABAH

APRIL 2009

# PENGAKUAN

Saya akui bahawa karya ini adalah hasil kerja saya sendiri kecuali nukilan dan ringkasan yang setiap satunya telah dijelaskan sumbernya.

**April 2009**

Tingpeichee

TING PEI CHEE

HS2006-6516

# PENGESAHAN

## DIPERAKUKAN OLEH

Tandatangan

**1. PENYELIA**

(DR. AINI JANTENG)

**2. PEMERIKSA 1**

(ENCIK TIONG KUNG MING)

**3. DEKAN**

(PROF. DR. MOHD. HARUN ABDULAH)

## PENHARGAAN

Terlebih dahulu, saya ingin mengucapkan terima kasih kepada penyelia saya, Dr. Aini Janteng. Beliau telah memberikan banyak bantuan dan nasihat sepanjang saya menyiapkan Projek I dan Projek II. Selain itu, saya juga telah mendapat banyak pengalaman dan sokongan daripada beliau. Sekali lagi, saya ingin merakamkan setinggi-tinggi penghargaan kepada beliau.

Seterusnya, saya juga ingin mengucapkan terima kasih kepada pensyarah-pensyarah Program Matematik dengan Ekonomi yang terlibat dalam menyiapkan projek ini. Mereka telah menyemak Projek I dan Projek II saya serta memberikan komen-komen yang bernas supaya saya dapat menghasilkan penulisan projek yang baik.

Di samping itu, saya juga ingin berterima kasih kepada rakan-rakan seperjuangan yang sanggup menberikan bantuan dan galakan kepada saya agar saya berjaya menyiapkan penulisan saya dengan sebaiknya.

Sekian, terima kasih.

TingPeiChee

TING PEI CHEE

HS2006-6516

# ABSTRAK

Kajian ini mempertimbangkan kelas fungsi analisis di dalam suatu cakera unit terbuka $D = \{z:|z|<1\}$ yang dilambangkan sebagai $A$. $S$ merupakan subkelas bagi $A$ yang terdiri daripada fungsi-fungsi $f$ yang analisis, univalen dan ternormal dengan keadaan $f(0) = f'(0) - 1 = 0$. Jika $f \in S$, maka $f$ mempunyai kembangan siri Maclaurin berbentuk $f(z) = z + \sum_{n=2}^{\infty} a_n z^n$ dengan $a_n$ adalah nombor kompleks. $S$ mempunyai tiga subkelas utama iaitu kelas fungsi bakbintang, cembung dan hampir cembung. Ketiga-tiga subkelas ini masing-masing dilambangkan sebagai $S^*$, $C$ dan $K$. Andaikan $\Gamma$ dilambangkan sebagai kelas yang mengandungi fungsi $f$ dengan pekali selang-seli yang berbentuk $f(z) = \frac{1}{z} - \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1} a_n z^n$ dengan $a_n$ adalah nombor nyata bukan negatif. Dengan mempertimbangkan fungsi $f \in \Gamma$, maka kajian ini memperkenalkan dua kelas baru iaitu $S_c^*\Gamma(\sigma)$ dan $S_c^*\Gamma(\sigma,k)$. Selain itu, anggaran pekali, hasil pertumbuhan dan titik ekstrim akan diberi perhatian kepada kelas-kelas fungsi yang diperkenalkan.

# ABSTRACT

This paper focuses on a class of functions which are analytic in the open disc $D = \{z:|z|<1\}$ which is denoted by $A$. Let $S$ represent the subclass of $A$ and consisting of functions $f$ which is analytic, univalent and normalized with the condition $f(0) = f'(0) - 1 = 0$. If $f \in S$ then, $f$ has a Maclaurin series expansion of the form $f(z) = z + \sum_{n=2}^{\infty} a_n z^n$ where $a_n$ is a complex number. $S$ has three main subclasses which are class of functions starlike, convex and close to convex. These three subclasses denoted by $S^*$, $C$ dan $K$. Let $\Gamma$ represent the class which consisting of function $f$ with alternating coefficients of the form of $f(z) = \frac{1}{z} - \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1} a_n z^n$ where $a_n$ is non negative real number. By considering the function $f \in \Gamma$, two new subclasses $S_c^*\Gamma(\sigma)$ dan $S_c^*\Gamma(\sigma,k)$ are introduced. The coefficient estimates, growth results and extreme points will be determined for these classes.

KANDUNGAN

## SENARAI RAJAH

# SENARAI SIMBOL

| | |
|---|---|
| $\leq$ | lebih kecil daripada atau sama dengan |
| $\geq$ | lebih besar daripada atau sama dengan |
| $<$ | lebih kecil daripada |
| $>$ | lebih besar daripada |
| $\neq$ | tidak sama dengan |
| $\in$ | unsur kepada |
| $\subset$ | subset kepada |
| $\sum$ | hasil tambah |
| $\lvert\ \rvert$ | modulus |

# BAB 1

# PENDAHULUAN

## 1.1 Pengenalan

Kajian ini mempertimbangkan kelas fungsi analisis di dalam cakera unit terbuka $D = \{z: |z| < 1\}$ yang dilambangkan sebagai $A$. Suatu fungsi $f$ dikatakan analisis pada suatu titik $z_0$, jika $f$ tertakrif dan terbitannya wujud pada setiap titik di dalam beberapa jiranan daripada $z_0$. Jika $f$ analisis di dalam suatu domain $D$, maka terbitannya wujud pada setiap titik daripada $D$. $S$ merupakan subkelas bagi $A$ yang terdiri daripada fungsi-fungsi $f$ yang analisis, univalen dan ternormal dengan keadaan $f(0) = f'(0) - 1 = 0$. Jika $f \in S$, maka $f$ mempunyai kembangan siri Maclaurin berbentuk

$$f(z) = z + \sum_{n=2}^{\infty} a_n z^n \tag{1.1}$$

dengan $a_n$ adalah nombor kompleks.

**Definisi 1.1.1** (Goodman, 1975) Suatu fungsi $f$ dikatakan univalen di dalam $D$ jika $f$ memenuhi syarat

$$f(z_1) = f(z_2) \tag{1.2}$$

mengimplikasikan $z_1 = z_2$ dengan $z_1, z_2 \in D$.

Fungsi univalen juga disebut sebagai pemetaan satu kepada satu.

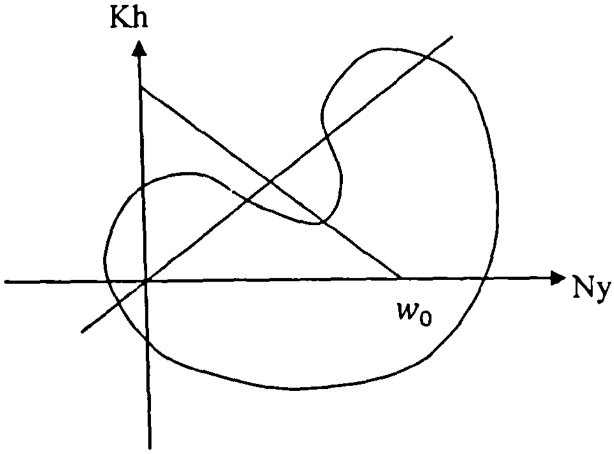
## 1.2 Subkelas bagi S

$S$ mempunyai tiga subkelas utama iaitu kelas fungsi bakbintang, cembung dan hampir cembung. Ketiga-tiga subkelas ini masing-masing dilambangkan sebagai $S^*$, $C$ dan $K$. Hubungan di antara subkelas-subkelas ini adalah $C \subset S^* \subset K \subset S$.

## 1.3 Fungsi Bakbintang

**Definisi 1.3.1** (Goodman, 1975) Suatu set $E$ di dalam satah kompleks dikatakan bakbintang terhadap titik $w_0$, titik pedalaman bagi $E$, jika setiap tembereng garis dengan titik awal $w_0$ bersilang dengan pedalaman $E$ di dalam suatu set, iaitu tembereng garis juga. Jika fungsi $f$ memetakan $D$ ke seluruh domain yang bakbintang terhadap $w_0$, maka $f$ dikatakan bakbintang terhadap $w_0$. Dalam kes $w_0 = 0$, $f$ dikenali sebagai fungsi bakbintang.

Domain bakbintang dapat digambarkan melalui perwakilan geometrinya seperti yang ditunjukkan dalam Rajah 1.1.




**Rajah 1.1** Domain bakbintang
(Sumber daripada Goodman, 1975)

Di samping itu, perwakilan beranalisis bagi fungsi bakbintang juga diberikan.

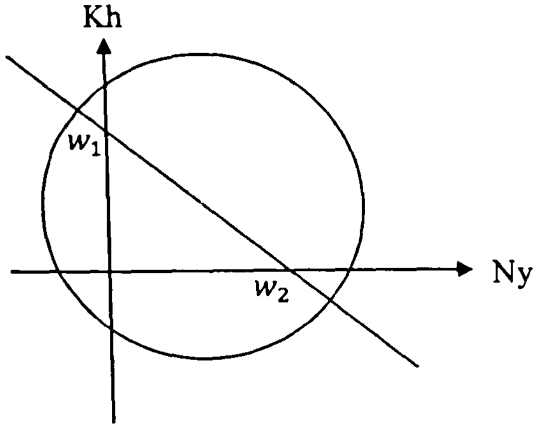
**Definisi 1.3.2** (Goodman, 1975) Andaikan fungsi $f$ analisis di dalam $D$ dengan syarat $f(0) = 0$ dan $f'(0) = 1$. Jadi, $f \in S^*$ jika dan hanya jika

$$Ny\left\{\frac{zf'(z)}{f(z)}\right\} > 0, \qquad z \in D. \tag{1.3}$$

## 1.4 Fungsi Cembung

**Definisi 1.4.1** (Goodman, 1975) Suatu set $E$ di dalam satah kompleks dikatakan cembung jika setiap pasangan titik $w_1$ dan $w_2$ di pedalaman $E$, maka tembereng garis yang menghubungkan $w_1$ dan $w_2$ juga berada di pedalaman $E$. Jika suatu fungsi $f$ memetakan $D$ kepada domain cembung, maka $f$ dikenali sebagai fungsi cembung.

Domain cembung dapat digambarkan melalui perwakilan geometri seperti yang ditunjukkan dalam Rajah 1.2.




**Rajah 1.2** Domain cembung

(Sumber daripada Goodman, 1975)

Di samping itu, perwakilan beranalisis bagi fungsi cembung juga diberikan.

**Definisi 1.4.2** (Goodman, 1975) Andaikan fungsi $f$ analisis di dalam $D$ dengan syarat $f(0) = f'(0) - 1 = 0$. Jadi, $f \in C$ jika dan hanya jika

$$Ny\left\{\frac{[zf'(z)]'}{f'(z)}\right\} > 0, \qquad z \in D. \tag{1.4}$$

## 1.5 Fungsi Hampir Cembung

**Definisi 1.5.1** (Goodman, 1983) Suatu fungsi $f$ yang analisis di dalam $D$ dikatakan hampir cembung jika terdapat suatu fungsi $\phi \in C$ dengan $\beta$ suatu nombor nyata serta memenuhi

$$Ny\left\{\frac{f'(z)}{e^{i\beta}\phi'(z)}\right\} > 0, \qquad z \in D. \tag{1.5}$$

## 1.6 Objektif Kajian

Kajian ini terdiri daripada beberapa objektif yang perlu dicapai, iaitu

a. memperkenalkan kelas dengan pekali selang-seli dan bakbintang terhadap titik konjugat;

b. menentukan anggaran bagi pekali $a_n$;

c. menentukan hasil pertumbuhan;

d. menentukan titik ekstrim.

## 1.7 Skop Kajian

Kajian ini hanya mempertimbangkan kelas fungsi dengan pekali selang-seli dan bakbintang terhadap titik konjugat. Fungsi $f$ dengan pekali selang-seli ditulis dalam bentuk

$$f(z) = \frac{1}{z} - \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} a_n z^n \tag{1.6}$$

dengan $a_n$ adalah nombor nyata bukan negatif. Kelas yang terdiri daripada fungsi-fungsi yang diberikan oleh persamaan (1.6) disimbolkan sebagai $\Gamma$.

Dengan menggabungkan idea daripada Owa dan Pascu (2003) serta mempertimbangkan $f \in \Gamma$, maka kajian ini memperkenalkan dua kelas baru. Selain itu, anggaran pekali, hasil pertumbuhan dan titik ekstrim akan diberi perhatian kepada kelas-kelas fungsi yang diperkenalkan.

## BAB 2

## ULASAN LITERATUR

### 2.1 Pengenalan

Bab ini akan membincangkan tentang kelas fungsi bakbintang terhadap titik simetri, konjugat dan simetri konjugat. Kelas fungsi bakbintang terhadap titik simetri telah diperkenalkan oleh Sakaguchi pada tahun 1959. Seterusnya, El-Ashwah dan Thomas (1987) telah memperkenalkan dua kelas lain iaitu kelas fungsi bakbintang terhadap titik konjugat dan simetri konjugat. Selain itu, Sudharsan *et al.* (1998) pula telah memperkenalkan subkelas fungsi bakbintang terhadap titik simetri yang dilambangkan sebagai $S_s^*(\alpha,\beta)$ dengan $\alpha$ dan $\beta$ memenuhi syarat $0 \leq \alpha \leq 1$, $0 < \beta < 1$ dan $z \in D$. Pada tahun 2008 pula, Wong dan Janteng telah memperkenalkan subkelas fungsi cembung terhadap titik simetri, konjugat dan simetri konjugat yang dilambangkan sebagai $C_sT(\alpha,\beta)$, $C_cT(\alpha,\beta)$ dan $C_{sc}T(\alpha,\beta)$ dengan $0 \leq \alpha < 1$, $0 < \beta < 1$ dan $0 \leq \frac{2(1-\beta)}{1+\alpha\beta} < 1$ dan $z \in D$.

### 2.2 Fungsi Bakbintang terhadap Titik Simetri, Konjugat dan Simetri Konjugat

**Definisi 2.2.1** (Sakaguchi, 1959) Andaikan fungsi $f$ analisis di dalam $D$ dengan $f(0) = f'(0) - 1 = 0$. Jadi, $f$ adalah bakbintang terhadap titik simetri jika dan hanya jika

$$Ny\left\{\frac{zf'(z)}{f(z) - f(-z)}\right\} > 0, \qquad z \in D. \tag{2.1}$$

Kelas fungsi ini dilambangkan sebagai $S_s^*$.

**Definisi 2.2.2** (El-Ashwah & Thomas, 1987) Andaikan fungsi $f$ analisis di dalam $D$ dengan $f(0) = f'(0) - 1 = 0$. Jadi, $f$ adalah bakbintang terhadap titik konjugat jika dan hanya jika

$$Ny\left\{\frac{zf'(z)}{f(z) + \overline{f(\bar{z})}}\right\} > 0, \qquad z \in D. \tag{2.2}$$

Kelas fungsi ini dilambangkan sebagai $S_c^*$.

**Definisi 2.2.3** (El-Ashwah & Thomas, 1987) Andaikan fungsi $f$ analisis di dalam $D$ dengan $f(0) = f'(0) - 1 = 0$ . Jadi, $f$ adalah bakbintang terhadap titik simetri konjugat jika dan hanya jika

$$Ny\left\{\frac{zf'(z)}{f(z) - \overline{f(-\bar{z})}}\right\} > 0, \qquad z \in D \tag{2.3}$$

Kelas fungsi ini dilambangkan sebagai $S_{sc}^*$.

## 2.3 Kelas Fungsi $S_s^*T(\alpha, \beta)$, $S_c^*T(\alpha, \beta)$ dan $S_{sc}^*T(\alpha, \beta)$

Pada tahun 1998, Sudharsan *et al.* telah memperkenalkan kelas $S_s^*(\alpha,\beta)$ yang terdiri daripada fungsi $f$ yang analisis dan univalen di dalam $D$ serta memenuhi syarat yang berikut:

$$\left|\frac{zf'(z)}{f(z)-f(-z)}-1\right|<\beta\left|\frac{\alpha zf'(z)}{f(z)-f(-z)}+1\right| \tag{2.4}$$

dengan $0 \leq \alpha \leq 1, 0 < \beta < 1$ dan $z \in D$.

Seterusnya, Halim *et al.* (2005) telah memperkenalkan kelas $S_s^*T(\alpha, \beta)$, $S_c^*T(\alpha, \beta)$ dan $S_{sc}^*T(\alpha, \beta)$ dengan $0 \leq \alpha < 1, 0 < \beta < 1$ dan $0 \leq \frac{2(1-\beta)}{1+\alpha\beta} < 1$. Kajian Halim *et al.* (2005) ini telah menggabungkan idea daripada Sakaguchi (1959) dan Sudharsan *et al.* (1998) dan seterusnya mempertimbangkan fungsi $f \in \mathrm{T}$. Kelas $T$ terdiri daripada fungsi $f$ berbentuk

$$f(z)=z-\sum_{n=2}^{\infty}a_nz^n, \qquad z \in D \tag{2.5}$$

dengan $a_n$ adalah nombor bukan negatif.

**Definisi 2.3.1** Suatu fungsi $f \in S_s^*T(\alpha,\beta)$ dikatakan bakbintang terhadap titik simetri jika dan hanya jika

$$\left|\frac{zf'(z)}{f(z)-f(-z)}-1\right|<\beta\left|\frac{\alpha zf'(z)}{f(z)-f(-z)}+1\right|, \qquad z \in D. \tag{2.6}$$

**Definisi 2.3.2** Suatu fungsi $f \in S_c^*T(\alpha,\beta)$ dikatakan bakbintang terhadap titik konjugat jika dan hanya jika

$$\left|\frac{zf'(z)}{f(z)+\overline{f(\bar{z})}}-1\right|<\beta\left|\frac{\alpha zf'(z)}{f(z)+\overline{f(\bar{z})}}+1\right|, \qquad z\in D. \tag{2.7}$$

**Definisi 2.3.3** Suatu fungsi $f\in S_{sc}{}^{*}T(\alpha,\beta)$ dikatakan bakbintang terhadap titik simetri konjugat jika dan hanya jika

$$\left|\frac{zf'(z)}{f(z)-\overline{f(-\bar{z})}}-1\right|<\beta\left|\frac{\alpha zf'(z)}{f(z)-\overline{f(-\bar{z})}}+1\right|, \qquad z\in D. \tag{2.8}$$

## 2.4 Fungsi Cembung terhadap Titik Simetri, Konjugat dan Simetri Konjugat

**Definisi 2.4.1** (Das & Singh, 1977) Andaikan fungsi $f$ analisis di dalam $D$ dengan $f(0)=f'(0)-1=0$. Jadi, $f$ adalah cembung terhadap titik simetri jika dan hanya jika

$$Ny\left\{\frac{(zf'(z))'}{(f(z)-f(-z))'}\right\}>0, \qquad z\in D. \tag{2.9}$$

Kelas fungsi ini dilambangkan sebagai $C_s$.

**Definisi 2.4.2** (Wong & Janteng, 2008) Andaikan fungsi $f$ analisis di dalam $D$ dengan $f(0)=f'(0)-1=0$. Jadi, $f$ adalah cembung terhadap titik konjugat jika dan hanya jika

$$Ny\left\{\frac{(zf'(z))'}{\left(f(z)+\overline{f(\bar{z})}\right)'}\right\}>0, \qquad z\in D. \tag{2.10}$$

Kelas fungsi ini dilambangkan sebagai $C_c$.

**Definisi 2.4.3** (Wong & Janteng, 2008) Andaikan fungsi $f$ analisis di dalam $D$ dengan $f(0) = f'(0) - 1 = 0$. Jadi, $f$ adalah cembung terhadap titik simetri konjugat jika dan hanya jika

$$Ny\left\{\frac{(zf'(z))'}{\left(f(z) - \overline{f(-\bar{z})}\right)'}\right\} > 0, \qquad z \in D. \tag{2.11}$$

Kelas fungsi ini dilambangkan sebagai $C_{sc}$.

## 2.5 Kelas Fungsi $C_sT(\alpha, \beta)$, $C_cT(\alpha, \beta)$ dan $C_{sc}T(\alpha, \beta)$

Wong dan Janteng (2008) telah memperkenalkan kelas $C_sT(\alpha,\beta)$, $C_cT(\alpha,\beta)$ dan $C_{sc}T(\alpha,\beta)$ dengan syarat-syarat $0 \leq \alpha < 1$, $0 < \beta < 1$ dan $0 \leq \frac{2(1-\beta)}{1+\alpha\beta} < 1$. Kelas yang diperkenalkan oleh Wong dan Janteng telah menggabungkan idea daripada Sakaguchi (1959) dan Sudharsan *et al.* (1998) serta Halim *et al.* (2005) dengan mempertimbangkan fungsi $f \in T$ di dalam mentakrifkan kelas-kelas yang dinyatakan di atas.

**Definisi 2.5.1** (Wong & Janteng, 2008) Suatu fungsi $f \in C_s\mathrm{T}(\alpha, \beta)$ jika dan hanya jika

$$\left|\frac{(zf'(z))'}{(f(z) - f(-z))'} - 1\right| < \beta\left|\frac{\alpha(zf'(z))'}{(f(z) - f(-z))'} + 1\right|, \qquad z \in D. \tag{2.12}$$

**Definisi 2.5.2** (Wong & Janteng, 2008) Suatu fungsi $f \in C_c\mathrm{T}(\alpha, \beta)$ jika dan hanya jika

$$\left|\frac{(zf'(z))'}{\left(f(z) + \overline{f(\bar{z})}\right)'} - 1\right| < \beta\left|\frac{\alpha(zf'(z))'}{\left(f(z) + \overline{f(\bar{z})}\right)'} + 1\right|, \qquad z \in D. \tag{2.13}$$

**Definisi 2.5.3** (Wong & Janteng, 2008) Suatu fungsi $f \in C_{sc}\mathrm{T}(\alpha, \beta)$ jika dan hanya jika

$$\left|\frac{(zf'(z))'}{\left(f(z)-\overline{f(-\bar{z})}\right)'}-1\right|<\beta\left|\frac{\alpha(zf'(z))'}{\left(f(z)-\overline{f(-\bar{z})}\right)'}+1\right|, \qquad z\in D. \qquad (2.14)$$

## 2.6 Kelas Fungsi $S^*\Lambda(\alpha)$

Owa dan Pascu (2003) telah memperkenalkan kelas $S^*\Lambda(\alpha)$ dengan syarat-syarat $0\leq\alpha<1$ dan $\alpha<k\leq1$. Kelas $S^*\Lambda(\alpha)$ terdiri daripada fungsi $f$ yang dinyatakan dalam bentuk

$$f(z)=\frac{1}{z}+\sum_{n=0}^{\infty}a_n z^n \qquad (2.15)$$

dengan $a_n$ adalah nombor nyata bukan negatif.

Kelas yang terdiri daripada fungsi yang diberikan oleh persamaan (2.15) disimbolkan sebagai $\Lambda$.

**Definisi 2.6.1** (Owa & Pascu, 2003) Suatu fungsi $f\in S^*\Lambda(\alpha)$ jika dan hanya jika

$$\left|\frac{zf'(z)}{f(z)}+k\right|\leq\left|\frac{zf'(z)}{f(z)}+(2\alpha-k)\right|, \qquad z\in D. \qquad (2.16)$$

Owa dan Pascu (2003) juga membincangkan beberapa ciri-ciri bagi anggaran pekali, kebakbintangan dan kecembungan terhadap fungsi $f$ yang dinyatakan dalam (2.15) bagi kelas $S^*\Lambda(\alpha)$.

# BAB 3

# ANGGARAN PEKALI

## 3.1 Pengenalan

Bab ini memperkenalkan dua kelas baru iaitu kelas $S_c^{*}\Gamma(\sigma)$ dan $S_c^{*}\Gamma(\sigma,k)$. Kajian terhadap kelas baru ini merupakan gabungan idea daripada Owa dan Pascu (2003) dan mempertimbangkan fungsi $f \in \Gamma$.

## 3.2 Kelas $S_c^{*}\Gamma(\sigma)$ dan $S_c^{*}\Gamma(\sigma,k)$

**Definisi 3.2.1** Suatu fungsi $f \in S_c^{*}\Gamma(\sigma)$ jika dan hanya jika fungsi tersebut memenuhi syarat

$$\left|\frac{zf'(z)}{f(z)+\overline{f(\bar{z})}}+1\right| < \left|\frac{zf'(z)}{f(z)+\overline{f(\bar{z})}}+(2\sigma-1)\right| \tag{3.1}$$

dengan $0 \leq \sigma < \frac{1}{2}$ dan $z \in D$.

# RUJUKAN


Clunie, J. & Keogh, F.R. 1960. On starlike and convex schlicht functions, *J. London. Math. Soc.* **35**, ms.229-233.

Das, R.N. & Singh, P. 1977. On subclasses of schlicht function mapping. *Indian J. Pure Appl. Math.* **8**, ms.864-872.

El-Ashwah, R.M. & Thomas, D.K. 1987. Some subclass of close-to-convex functions. *J. Ramanujan Math. Soc.* **2**, ms. 85-100.

Goodman, A.W. 1975. *Univalent Functions*. Volume I. Mariner Publishing Company, Inc, Tampa, Florida.

Goodman, A.W. 1983. *Univalent* Functions. Volume II. Mariner Publishing Company, Inc, Tampa, Florida.

Halim, S.A., Janteng, A. & Darus, M. 2005. Coefficient properties for classes with negative coefficients and starlike with respect to other points. *Proceeding of the 13th Mathematical Sciences National Symposium* **2**, ms. 658-663.

Khairnar, S.M. & More, M. 2008. Subclass of univalent functions with negative coefficients and starlike with respect to symmetric and conjugate points. *Applied Mathematical Science* **2**, ms. 1739-1748.

Owa, S. 1983. On hadamard products for certain classes of univalent functions with negative coefficients. *J. Korean Math. Soc.* **19**, ms. 75-82.

Owa, S. 1984. On the special classes of univalent functions, *Tamkang J.* **15**, ms. 123-136.

Owa, S. & Pascu, N. 2003. Coefficient inequality for certain classes of meromorphically starlike and meromorphically convex functions. *J. Inequalities in Pure and Applied Mathematics* 4(17), ms 1-14.

Sakaguchi, K. 1959. On certain univalent mapping. *J. Math. Soc. Japan* **11**, ms. 72-75.

Silverman, H. 1975. Univalent functions with negative coefficients. *Proc. Amer. Math. Soc.* **51**, ms. 109-116.

Sudharsan, T.V., Balasubrahmananyam, P.& Subramanian, K.G. 1998. On functions starlike with respect to symmetric and conjugate points. *Taiwanese Journal of Mathematics* **2**, ms. 57-68.

Wong, S.J. & Janteng, A. 2008. Classes with negative coefficients and convex with respect to other points. *J. Contemp. Math. Sciences* 3(11), ms. 511-518.