

**ANALISIS PRESTASI FAMILI KAE DAH LELARAN  
BLOK BERPEMBERAT DENGAN PENGOPERASI  
LAPLACIAN LIMA DAN SEMBILAN TITIK KE  
ATAS PENGABURAN IMEJ**

**NURUL AFIQAH BINTI BASRAN**

**PERPUSTAKAAN  
UNIVERSITI MALAYSIA SABAH**

**TESISINI DIKEMUKAKAN UNTUK MEMENUHI  
SYARAT MEMPEROLEH PENGIJAZAHAN IJAZAH  
SARJANA SAINS**

**FAKULTI SAINS DAN SUMBER ALAM  
UNIVERSITI MALAYSIA SABAH  
2019**



**UMS**  
UNIVERSITI MALAYSIA SABAH

UNIVERSITI MALAYSIA SABAH

BORANG PENGESAHAN STATUS TESIS

JUDUL: **ANALISIS PRESTASI FAMILI KAEDAH LELARAN BLOK  
BERPEMBERAT DENGAN PENGOPERASI LAPLACIAN LIMA DAN  
SEMBILAN TITIK KE ATAS PENGABURAN IMEJ**

IJAZAH: **SARJANA SAINS (MATEMATIK)**

Saya **NURUL AFIQAH BINTI BASRAN**, Sesi **2018-2019**, mengaku membenarkan tesis Sarjana ini disimpan di Perpustakaan Universiti Malaysia Sabah dengan syarat-syarat kegunaan seperti berikut:-

1. Tesis ini adalah hak milik Universiti Malaysia Sabah
2. Perpustakaan Universiti Malaysia Sabah dibenarkan membuat salinan untuk tujuan pengajian sahaja.
3. Perpustakaan dibenarkan membuat salinan tesis ini sebagai bahan pertukaran antara institusi pengajian tinggi.
4. Sila tandakan ( / ):

SULIT

(Mengandungi maklumat yang berdarjah keselamatan atau kepentingan Malaysia seperti yang termaktub di dalam AKTA RAHSIA 1972)

TERHAD

(Mengandungi maklumat TERHAD yang telah ditentukan oleh organisasi/badan di mana penyelidikan dijalankan)

TIDAK TERHAD



**NURUL AFIQAH BINTI BASRAN**  
**MS1721039T**

Tarikh : 23 September 2019

Disahkan Oleh,  
NORAZLYNN MOHD. JOHAN @ JAZLYNE  
PUSTAKAWAN  
UNIVERSITI MALAYSIA SABAH

(Tandatangan Pustakawan)



(Prof. Madya Dr. Jumat Sulaiman)  
Penyelia Utama



(Prof. Madya Dr. Azali Saudi)  
Penyelia Bersama



**UMS**  
UNIVERSITI MALAYSIA SABAH

PERPUSTAKAAN  
UNIVERSITI MALAYSIA SABAH

## **PENGAKUAN**

Saya akui karya ini adalah hasil kerja saya sendiri kecuali nukilan dan ringkasan yang setiap satunya telah dijelaskan sumbernya.



---

NURUL AFIQAH BINTI BASRAN

23 SEPTEMBER 2019

MS1721039T



## PENGESAHAN

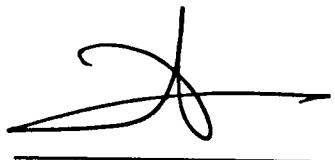
NAMA : **NURUL AFIQAH BASRAN**  
NO MATRIK : **MS1721039T**  
TAJUK : **ANALISIS PRESTASI FAMILI KADEAH LELARAN BLOK  
BERPEMBERAT DENGAN PENGOPERASI LAPLACIAN  
LIMA DAN SEMBILAN TITIK KE ATAS PENGABURAN  
IMEJ**  
IJAZAH : **SARJANA SAINS (MATEMATIK)**  
TARIKH VIVA : **06 SEPTEMBER 2019**

**DISAHKAN OLEH;**

Tandatangan

### 1. PENYELIA UTAMA

PROF. MADYA DR. JUMAT SULAIMAN



### 2. PENYELIA BERSAMA

PROF. MADYA DR. AZALI SAUDI



## **PENGHARGAAN**

Segala puji bagi Allah S.W.T kerana dengan limpah kurnia-Nya. Alhamdulillah saya dapat menjalankan dan menyiapkan projek ini dengan jayanya. Saya ingin mengucapkan ribuan terimas kasih dan setinggi-tinggi penghargaan kepada semua pihak yang telah menjadi tulang belakang sepanjang saya menyiapkan projek ini.

Setinggi-tinggi penghargaan dan terima kasih saya ucapkan kepada penyelia utama saya, Prof. Madya Dr. Jumat Sulaiman serta penyelia bersama saya, Dr. Azali Saudi di atas segala bimbingan dan tunjuk ajar serta cadangan-cadangan yang diberikan selama tempoh menyiapkan disertasi ini. Dengan segala ilmu pengetahuan dan nasihat yang diberikan telah dapat membantu saya dalam menghasilkan sebuah karya disertasi yang baik.

Ucapan terima kasih juga saya tujuarkan kepada kedua ibu bapa saya Pn. Hayati Binti Hassan dan En. Basran Bin Osman, adik-beradik dan keluarga saya yang disayangi. Dengan dorongan dan semangat yang diberikan, saya mampu mengatasi semua cabaran semasa menjalankan kajian ini. Penghargaan yang tinggi juga ditujukan buat rakan-rakan seperjuangan saya, Eng Jeng Hong, Nur Afza Mat Ali, Rostang Rahman, Nur Farah Azira, Labiyana, Nurasyidah dan Mohd Norfadli Suardi kerana telah memberi tunjuk ajar dan sanggup membantu dalam menghadapi segala kesulitan sepanjang kajian ini dijalankan serta menyumbangkan buah fikiran. Tanpa sokongan dan pertolongan daripada semua pihak dalam mengatasi semua cabaran dan rintangan ini maka tidak sempurnalah projek ini. Oleh itu, jasa baik dan budi yang telah dicurahkan adalah sangat dihargai dan akan dikenang selamanya.

Nurul Afiqah Binti Basran

25 Mei 2019



## ABSTRAK

Proses pengaburan imej merupakan salah satu teknik penurasan dalam pemprosesan imej. Konsep yang digunakan dalam kajian ini adalah untuk mengaburkan imej dan mengekalkan ciri-ciri penting pada sesebuah imej seperti bucu imej dimana kajian ini amat penting dalam penglihatan komputer. Sehubungan dengan itu, motivasi kajian ini adalah untuk mengaplikasikan famili kaedah lelaran blok berpemberat ke atas aplikasi pengaburan imej melalui penyelesaian persamaan resapan tak linear. Hal ini kerana penyelesaian menggunakan kaedah lelaran titik klasik oleh pengkaji lalu memerlukan kos pengiraan yang tinggi iaitu dari segi masa pemprosesan. Dalam usaha untuk membangunkan kaedah berangka bagi mendapat penyelesaian yang lebih efisien dan cepat melalui peminimuman kos pengiraan, persamaan penghampiran beza terhingga tersirat ke atas pengoperasi Laplacian lima titik dan sembilan titik bagi persamaan resapan tak linear telah dibina. Kedua-dua pengoperasi tersebut diambil kira dalam menerbitkan persamaan penghampiran yang sepadan dan diaplikasikan bagi mendapat sistem linear yang kemudiannya diselesaikan menggunakan kaedah lelaran yang dipertimbangkan. Oleh itu, kajian ini cuba menentusahkan keefisienan pengiraan famili kaedah lelaran titik SOR dan famili kaedah blok SOR bagi menyelesaikan persamaan penghampiran beza terhingga pada permasalahan persamaan resapan tak linear bagi pengaplikasian pengaburan menerusi pengoperasi Laplacian lima titik (5L) dan sembilan titik (9L). Terdapat empat imej eksperimen berwarna yang bersaiz 256x256, 512x512 dan 1024x1024 telah dipilih untuk menguji keefisienan pengiraan bagi kaedah lelaran titik dan blok titik iaitu kaedah lelaran Gauss-Seidel (GS), Pengenduran Berlebihan Berturut-turut (SOR), dua-titik Kumpulan Tak Tersirat (2-EG), dua-titik Kumpulan Tak Tersirat Pengenduran Berlebihan Berturut-turut (2-ESOR), empat-titik Kumpulan Tak Tersirat (4-EG) dan empat-titik kumpulan Tak Tersirat Pengenduran Berlebihan Berturut-turut (4-EGSOR) masing-masing dirumuskan berdasarkan kepada pengoperasi Laplacian lima dan sembilan titik. Hasil berangka menunjukkan bahawa kaedah lelaran 4-EGSOR-5L adalah lebih efisien dalam pengurangan bilangan dan masa lelaran dalam menyelesaikan persamaan resapan tak linear dalam pengaburan imej jika dibandingkan dengan kaedah kawalan (kaedah lelaran Jacobi-5L) iaitu masing-masing pada kadar 81.00%-86.75% dan 73.77%-89.24% diikuti oleh kaedah 4-EGSOR-9L pada kadar 85.00%-89.50% dan 65.58%-87.37%. Hasil dari imej kabur semua kaedah lelaran berkenaan telah menunjukkan tiada perbezaan yang ketara berdasarkan penilaian kualiti imej dari segi subjektif dan objektif dengan indeks SSIM yang lebih daripada 0.9 iaitu hampir kepada satu. Dengan itu, kajian ini dapat memberi sumbangan pada bidang pengimejan menerusi pengurangan kekompleksan pengiraan dalam proses penurasan imej.



## **ABSTRACT**

### **PERFORMANCE ANALYSIS FAMILY OF WEIGHTED BLOCK ITERATIVE METHOD VIA FIVE AND NINE POINTS LAPLACIAN OPERATOR ON IMAGE BLURRING**

The image blurring process is one of the filtration techniques used in image processing field. The concept used in this study is to blur the image while maintaining the important features such as sharp edges where this study is very crucial in the computer vision area. Accordingly, the motivation of this study is to apply the block iterative method on image blurring application through the solution of nonlinear diffusion equation. This is because the solution using the classic iterative method by the past researcher requires a high cost of computation in terms of processing time. In order to develop numerical methods to obtain solutions that are more efficient and faster by minimizing the cost calculations, implicit finite difference approximation of nonlinear diffusion equations is constructed via five and nine points Laplacian operator. Both operators are considered to issue corresponding approximation equations and apply to the desired linear system. Both operators are taken into account in deriving the corresponding approximation equations and applied to obtain a linear system which is then solved using considered iterative method. Therefore, this study attempts to verify the computational efficiency family of SOR point iterative method and family of block SOR point iterative method in solving finite difference approximation equations of nonlinear diffusion equations for the application of image blurring via five-point (5L) and nine-point (9L) Laplacian operators. There are four colour experimental images of sizes 256x256, 512x512 and 1024x1024 selected to test the efficiency of the calculations for the point and block iterative methods such as Gauss-Seidel (GS) Successive Over-Relaxation (SOR), two-point Explicit Group (2-EG), two-point Explicit Group Successive Over-Relaxation (2-ESOR), four-point Explicit Group (4-EG) and four-point Explicit Group Successive Over-Relaxation (4-EGSOR) where each of which was formulated based on five and nine point Laplacian operators. method is more efficient in reducing the number and time of iteration in solving nonlinear diffusion equations in image blurring compared with the control method (Jacobi-5L iteration method) at 81.00% - 86.75% and 73.77% -89.24% followed by 4-EGSOR-9L at 85.00% -89.50% and 65.58% -87.37%, respectively. The results of the blurred images of all the iteration methods showed no notable differences based on subjective and objective approach of image quality assessments with an SSIM index of greater than 0.9 which is close to one. Thus, this study can contribute to the field of imaging through the reduction of computational complexity in the image filtering process.



## **SENARAI KANDUNGAN**

	Halaman
<b>TAJUK</b>	<b>i</b>
<b>PENGAKUAN</b>	<b>ii</b>
<b>PENGESAHAN</b>	<b>iii</b>
<b>PENGHARGAAN</b>	<b>iv</b>
<b>ABSTRAK</b>	<b>v</b>
<b>ABSTRACT</b>	<b>vi</b>
<b>SENARAI KANDUNGAN</b>	<b>vii</b>
<b>SENARAI JADUAL</b>	<b>xi</b>
<b>SENARAI RAJAH</b>	<b>xiii</b>
<b>SENARAI SINGKATAN</b>	<b>xvii</b>
<b>SENARAI SIMBOL</b>	<b>xviii</b>
<b>SENARAI ISTILAH</b>	<b>xix</b>
<b>SENARAI LAMPIRAN</b>	<b>xx</b>
<b>BAB 1: PENDAHULUAN</b>	
1.1 Pengenalan	1
1.2 Pemerihalan Ciri-ciri Asas Dalam Pemprosesan Imej Digital	5
1.2.1 Pendigitalan Imej	5
1.2.2 Imej Dalam Bentuk Matriks	6
1.2.3 Perwakilan Model Warna Dalam Imej Digital	7
1.3 Persamaan Terbitan Separa Dalam Pemprosesan Imej	9
1.4 Persamaan Resapan Tak Linear	10
1.4.1 Penyelesaian Masalah Menggunakan Kaedah Lelaran	12
1.5 Pernyataan Masalah	14
1.6 Persoalan Kajian	16
1.7 Objektif Kajian	17
1.8 Skop Kajian	17



1.9	Organisasi Tesis	18
-----	------------------	----

**BAB 2 : ULASAN KEPUSTAKAAN**

2.1	Pengenalan	21
2.2	Peranan fungsi pengaburan imej dalam permasalahan saintifik	22
2.2.1	Pelicinan Imej	23
2.2.2	Pengesanan Bucu Imej	25
2.2.3	Penyingkiran Hingar Imej	28
2.3	Aplikasi Persamaan Terbitan Separa Dalam Permasalahan Pemprosesan Imej	30
2.3.1	Aplikasi PTS Eliptik	30
2.3.2	Aplikasi PTS Parabolik	31
2.3.3	Aplikasi PTS Hiperbolik	32
2.4	Sorotan kaedah-kaedah penyelesaian dalam proses pengaburan imej	33
2.4.1	Kaedah Analitikal	34
2.4.2	Kaedah Isipadu Terhingga	34
2.4.3	Kaedah Unsur Terhingga	36
2.4.4	Kedah Beza Terhingga	38
2.5	Sorotan Kaedah Lelaran Dalam Menyelesaikan Masalah Matematik	39
2.5.1	Perkembangan Konsep Lelaran Sapuan Penuh Lima Titik	40
2.5.2	Perkembangan Konsep Lelaran Sapuan Penuh Sembilan Titik	43
2.6	Rumusan Perbincangan	44

**BAB 3 : PERUMUSAN PENDISKRETAN BEZA TERHINGGA MENERUSI SKEMA TERSIRAT BAGI APLIKASI PENGABURAN IMEJ**

3.1	Pengenalan	46
3.2	Konsep Asas Kaedah Berangka Dalam Pemprosesan Imej	47
3.2.1	Kembangan Siri Taylor	48
3.2.2	Perumusan Kaedah Beza Terhingga	49
3.2.3	Perumusan Beza Terhingga dalam Pemprosesan Imej	53
3.3	Pemerihalan Model Persamaan Resapan Tak Linear	56
3.4	Perumusan Persamaan Penghampiran Beza Terhingga Dalam Pemprosesan Imej	58
3.4.1	Kes Perumusan Persamaan Penghampiran Menerusi Pengoperasi Laplacian Lima Titik	58



3.4.2	Kes Perumusan Persamaan Penghampiran dengan Pengoperasi Laplacian Sembilan Titik	61
3.5	Perumusan Kaedah Lelaran bagi Penyelesaian Sistem Persamaan Linear	64
3.5.1	Penerbitan Rumus Famili Kaedah Lelaran Titik	70
3.5.2	Penerbitan Rumus Famili Kaedah Lelaran Blok	76
3.6	Penilaian Kualiti Imej	92
3.6.1	Ralat Purata Persegi (MSE)	93
3.6.2	Puncak Nisbah Signal ke Hingar (PSNR)	93
3.6.3	Struktur Keserupaan (SSIM)	93
3.7	Rumusan Perbincangan	94

**BAB 4 : PENYELESAIAN HAMPIRAN BAGI PERMASALAHAN KAJIAN DENGAN PENGOPERSI LAPLACIAN LIMA TITIK**

4.1	Pengenalan	95
4.2	Perihal Permasalahan Kajian Yang Dipertimbangkan	96
4.3	Penyelesaian Hampiran Menggunakan Famili Kaedah Lelaran Titik ke atas Pengoperasi 5L	99
4.3.1	Keputusan Berangka yang Direkodkan bagi Famili Kaedah Lelaran Titik SOR 5L	99
4.3.2	Analisis Dapatan Kajian	111
4.4	Penyelesaian Hampiran Menggunakan Famili Kaedah Lelaran Blok SOR 5L	112
4.4.1	Keputusan Berangka bagi Famili Kaedah Lelaran Blok SOR 5L yang Direkodkan	113
4.4.2	Analisis Dapatan Kajian	125
4.5	Analisis Kekompleksan Pengiraan	126
4.6	Rumusan Perbincangan	129

**BAB 5 : PENYELESAIAN HAMPIRAN BAGI PERMASALAHAN KAJIAN DENGAN PENGOPERASI LAPLACIAN SEMBILAN TITIK**

5.1	Pengenalan	130
5.2	Perihalan Permasalahan Kajian Yang Dipertimbangkan	131
5.3	Penyelesaian Hampiran Menggunakan Famili Kaedah Lelaran Titik ke atas Pengoperasi 9L	132



5.3.1	Keputusan dan Analisis Dapatan Kajian bagi Famili Kaedah Lelaran Titik SOR 9L	132
5.4	Penyelesaian Hampiran Menggunakan Famili Kaedah Lelaran Blok SOR ke atas Pengoperasi 9L.	145
5.4.1	Keputusan dan Analisis Dapatan Kajian bagi Famili Kaedah Lelaran Blok SOR 9L	145
5.5	Analisis Kekompleksan Pengiraan	158
5.6	Perbandingan Prestasi Penyelesaian Antara Pengoperasi Laplacian Lima Dan Sembilan Titik	161
5.7	Rumusan Perbincangan	162
<b>BAB 6 : KESIMPULAN , SUMBANGAN DAN CADANGAN</b>		
6.1	Rumusan Dapatan Kajian	164
6.2	Sumbangan Kajian	166
6.3	Cadangan Penyelidikan Akan Datang	167
<b>RUJUKAN</b>		168
<b>LAMPIRAN</b>		181



## SENARAI JADUAL

	Halaman
Jadual 3.1: Perbezaan ketiga-tiga jenis kaedah beza terhingga.	57
Jadual 4.1: Bilangan lelaran dan masa lelaran yang digunakan bagi famili kaedah lelaran titik SOR 5L.	102
Jadual 4.2: Peratusan pengurangan bilangan lelaran dan masa lelaran bagi kaedah lelaran GS-5L dan SOR-5L berbanding dengan kaedah lelaran Jacobi-5L.	111
Jadual 4.3: Penilaian kualiti imej yang diperolehi melalui perbandingan imej akhir famili kaedah lelaran titik SOR 5L yang dikaji dan imej akhir kaedah kawalan.	112
Jadual 4.4: Bilangan lelaran dan masa lelaran yang digunakan bagi famili kaedah lelaran blok SOR 5L.	116
Jadual 4.5: Peratusan pengurangan bilangan lelaran dan masa lelaran bagi famili kaedah lelaran blok SOR 5L berbanding dengan kaedah lelaran Jacobi-5L.	125
Jadual 4.6: Penilaian kualiti imej yang diperolehi melalui perbandingan imej akhir famili kaedah lelaran blok SOR 5L yang dikaji dan imej akhir kaedah kawalan.	126
Jadual 4.7: Bilangan operasi aritmetik per lelaran untuk satu titik nod bagi kaedah lelaran pengoperasi Laplacian lima titik ke atas semua permasalahan.	130
Jadual 4.8: Perbandingan jumlah operasi aritmetik bagi kaedah lelaran Jacobi-5L dan 4-EGSOR-9L bagi penyelesaian imej (a) pada $m = 1024$ .	130
Jadual 5.1: Bilangan lelaran dan masa lelaran yang digunakan bagi famili kaedah lelaran titik SOR 9L.	135
Jadual 5.2: Peratusan pengurangan bilangan lelaran dan masa lelaran bagi kaedah lelaran Jacobi-9L, GS-9L dan SOR-9L berbanding dengan kaedah lelaran Jacobi-5L.	138
Jadual 5.3: Penilaian kualiti imej yang diperolehi melalui perbandingan imej akhir famili kaedah lelaran titik SOR 9L yang dikaji dan imej akhir kaedah kawalan.	140
Jadual 5.4: Bilangan lelaran dan masa lelaran yang digunakan bagi famili kaedah lelaran blok SOR 9L.	149



Jadual 5.5	Peratusan pengurangan bilangan lelaran dan masa lelaran bagi famili kaedah lelaran blok SOR 9L berbanding dengan kaedah lelaran Jacobi-5L.	152
Jadual 5.6:	Penilaian kualiti imej yang diperolehi melalui perbandingan imej akhir famili kaedah lelaran blok SOR 9L yang dikaji dan imej akhir kaedah kawalan.	153
Jadual 5.7:	Bilangan operasi aritmetik per lelaran untuk satu titik nod bagi kaedah lelaran pengoperasi Laplacian sembilan titik ke atas semua permasalahan.	161
Jadual 5.8:	Perbandingan jumlah operasi aritmetik bagi kaedah lelaran Jacobi-5L, Jacobi-9L dan 4-EGSOR-9L bagi penyelesaian imej (a) pada $m = 1024$ .	162

## **SENARAI RAJAH**

	Halaman
Rajah 1.1: Imej X-ray gigi; (a) Imej Asal dan (b) pengklusteran dengan kaedah eSFCM-Otsu.	2
Rajah 1.2: Microdrone MD4-200 komersial dengan kamera digital yang diubah suai.	3
Rajah 1.3: Keputusan peningkatan imej; (a) imej asal (b) imej akhir.	3
Rajah 1.4: Proses yang terlibat dalam pemprosesan imej.	4
Rajah 1.5: Digitalisasi imej selanjar pada saiz $M \times N$ . Koordinat piksel ( $m = 10, n = 3$ ) mempunyai nilai kecerahan integer $a(10,3) = 110$ .	6
Rajah 1.6: Contoh imej 8-bit skala kelabu.	7
Rajah 1.7: Model warna dalam imej digital.	8
Rajah 1.8: Konsep campuran warna tambahan pada paparan komputer.	9
Rajah 1.9: Kaedah lelaran yang dipertimbangkan dalam kajian ini.	13
Rajah 1.10: Ilustrasi kerangka kerja dalam kajian ini.	20
Rajah 2.1: Kepelbagaiannya pentingnya proses pengaburan imej.	23
Rajah 3.1: Kerangka kajian bagi penyelesaian permasalahan yang dipertimbangkan.	48
Rajah 3.2: Klasifikasi bagi perwakilan beza terhingga fungsi $f$ .	50
Rajah 3.3: Rangkaian grid terhingga untuk paras masa.	51
Rajah 3.4: Pertimbangan suatu fungsi $I$ yang dikembangkan pada titik $(x,y)$ bagi paras masa, $t$ .	52
Rajah 3.5: Sistem grid segi empat tepat.	53
Rajah 3.6: Struktur molekul pengiraan bagi pengoperasi Laplacian lima titik pada paras masa, $k$ .	62
Rajah 3.7: Struktur molekul pengiraan bagi pengoperasi Laplacian sembilan titik pada paras masa, $k$ .	63
Rajah 3.8: Stensil sembilan titik.	63



Rajah 3.9:	Famili kaedah lelaran titik SOR ke atas kedua-dua pengoperasi Laplacian.	71
Rajah 3.10:	Kaedah lelaran Jacobi, GS dan SOR mengambilkira semua nod pada titik-titik nod pada pengoperasi Laplacian lima titik.	74
Rajah 3.11:	Kaedah lelaran Jacobi, GS dan SOR mengambilkira semua nod pada titik-titik nod pada pengoperasi Laplacian sembilan titik.	76
Rajah 3.12:	Famili kaedah lelaran blok SOR.	78
Rajah 3.13:	(a) dan (b) menunjukkan kumpulan titik bagi 2-EG dan 4-EG.	78
Rajah 3.14:	Molekul pengiraan bagi pelaksanaan kaedah 2-EG-5L dan 2-EGSOR-5L ke atas titik-titik nod paras masa, $k$ .	81
Rajah 3.15:	Molekul pengiraan bagi kaedah lelaran 4-EG-5L dan 4-EGSOR-5L ke atas titik-titik nod pada paras masa, $k$ .	83
Rajah 3.16:	Molekul pengiraan bagi 2-EG-9L dan 2-EGSOR-9L ke atas titik-titik nod paras masa, $k$ .	88
Rajah 3.17:	Molekul pengiraan bagi kaedah lelaran 4-EG-9L dan 4-EGSOR-9L ke atas titik-titik nod pada paras masa, $k$ .	91
Rajah 4.1:	Empat contoh imej eksperimen.	99
Rajah 4.2:	Perbandingan bilangan lelaran, $Nu$ bagi famili kaedah lelaran titik SOR 5L.	102
Rajah 4.3:	Perbandingan masa lelaran, $\Gamma$ bagi famili kaedah lelaran titik SOR 5L.	103
Rajah 4.4:	Hasil berangka pengaburan imej (a), (b), (c) dan (d) bagi $M = 256$ oleh kaedah (i) Jacobi-5L, (ii) GS-5L dan (iii) SOR-5L.	105
Rajah 4.5:	Hasil berangka pengaburan imej (a), (b), (c) dan (d) bagi $M = 512$ oleh kaedah (i) Jacobi-5L, (ii) GS-5L dan (iii) SOR-5L.	107
Rajah 4.6:	Hasil berangka pengaburan imej (a), (b), (c) dan (d) bagi $M = 1024$ oleh kaedah (i) Jacobi-5L, (ii) GS-5L dan (iii) SOR-5L.	109
Rajah 4.7:	Perbandingan bilangan lelaran, $Nu$ bagi famili kaedah lelaran blok SOR 5L.	116



Rajah 4.8:	Perbandingan masa lelaran, $\Gamma$ bagi famili kaedah lelaran blok SOR 5L.	117
Rajah 4.9:	Hasil berangka pengaburan imej (a), (b), (c) dan (d) bagi saiz $M = 256$ oleh kaedah (i) 2-GS-5L, (ii) 4-EG-5L, (iii) 4-EG-5L dan (iv) 4-EGSOR-5L.	119
Rajah 4.10:	Hasil berangka pengaburan imej (a), (b), (c) dan (d) bagi saiz $M = 512$ oleh kaedah (i) 2-GS-5L, (ii) 4-EG-5L, (iii) 4-EG-5L dan (iv) 4-EGSOR-5L.	121
Rajah 4.11:	Hasil berangka pengaburan imej (a), (b), (c) dan (d) bagi saiz $M = 1024$ oleh kaedah (i) 2-GS-5L, (ii) 4-EG-5L, (iii) 4-EG-5L dan (iv) 4-EGSOR-5L.	123
Rajah 5.1:	Perbandingan bilangan lelaran, $N_u$ bagi famili kaedah lelaran titik SOR 9L.	135
Rajah 5.2:	Perbandingan masa lelaran, $\Gamma$ bagi famili kaedah lelaran titik SOR 9L.	136
Rajah 5.3:	Hasil berangka pengaburan imej (a), (b), (c) dan (d) bagi $M = 256$ oleh kaedah (i) Jacobi-9L, (ii) GS-9L dan (iii) SOR-9L.	141
Rajah 5.4:	Hasil berangka pengaburan imej (a), (b), (c) dan (d) bagi $M = 512$ oleh kaedah (i) Jacobi-9L, (ii) GS-9L dan (iii) SOR-9L.	143
Rajah 5.5:	Hasil berangka pengaburan imej (a), (b), (c) dan (d) bagi $M = 1024$ oleh kaedah (i) Jacobi-9L, (ii) GS-9L dan (iii) SOR-9L.	145
Rajah 5.6:	Perbandingan bilangan lelaran, $N_u$ bagi famili kaedah lelaran blok SOR 9L.	149
Rajah 5.7:	Perbandingan masa lelaran, $\Gamma$ bagi famili kaedah lelaran blok SOR 9L.	150
Rajah 5.8:	Hasil berangka pengaburan imej (a), (b), (c) dan (d) bagi $M = 256$ oleh kaedah (i) 2-EG-9L, (ii) 4-EG-9L, (iii) 2-EGSOR-9L dan (iv) 4-EGSOR-9L.	154
Rajah 5.9:	Hasil berangka pengaburan imej (a), (b), (c) dan (d) bagi $M = 512$ oleh kaedah (i) 2-EG-9L, (ii) 4-EG-9L, (iii) 2-EGSOR-9L dan (iv) 4-EGSOR-9L.	156
Rajah 5.10:	Hasil berangka pengaburan imej (a), (b), (c) dan (d) bagi $M = 1024$ oleh kaedah (i) 2-EG-9L, (ii) 4-EG-9L, (iii) 2-EGSOR-9L dan (iv) 4-EGSOR-9L.	158

Rajah 6.1: Proses penyingkiran hingar (a) imej asal; (b) imej 167 berhinggar; dan (c) imej pulih.



## SENARAI SINGKATAN

<b>DXIS</b>	- <i>Dental X-ray Imej Segmentation</i>
<b>KUAA</b>	- Kenderaan Udara Awasan Automatik
<b>PTS</b>	- Persamaan Terbitan Separa
<b>RGB</b>	- <i>Red Green Blue</i>
<b>CMYK</b>	- <i>Cyan Magenta Yellow Black</i>
<b>HSV</b>	- <i>Hue, Saturation dan Value</i>
<b>PTB</b>	- Persamaan Terbitan Biasa
<b>PTS</b>	- Persamaan Terbitan Separa
<b>KUT</b>	- Kaedah Unsur Terhingga
<b>KIT</b>	- Kaedah Isipadu Terhingga
<b>KBT</b>	- Kaedah Beza Terhingga
<b>PIE</b>	- <i>Poisson Image Editing</i>
<b>HPM</b>	- <i>Homotopy Perturbation Method</i>
<b>GS</b>	- <i>Gauss Seidel</i>
<b>SOR</b>	- <i>Successive Over Relaxation</i>
<b>EG</b>	- <i>Explicit Group</i>
<b>EGSOR</b>	- <i>Explicit Group Successive Over Relaxation</i>
<b>MSE</b>	- <i>Mean Square Error</i>
<b>PSNR</b>	- <i>Peak Signal to Noise Ratio</i>
<b>ROI</b>	- <i>Region of Interest</i>
<b>5L</b>	- Pengoperasi Laplacian lima titik
<b>9L</b>	- Pengoperasi Laplacian sembilan titik
<b>SNR</b>	- <i>Signal to Noise Ratio</i>
<b>NSNR</b>	- <i>Normalized Signal to Noise Ratio</i>
<b>OSRAD</b>	- <i>Oriented Speckle Reducing Anisotropic Diffusion</i>
<b>FOSRAD</b>	- <i>Fast Oriented Speckle Reducing Anisotropic Diffusion</i>
<b>SSIM</b>	- <i>Structural Similarity</i>
<b>HSV</b>	- <i>Human Visual System</i>
<b>MAE</b>	- <i>Mean Absolute Error</i>
<b>NAE</b>	- <i>Normalized Absolute Error</i>
<b>AOS</b>	- <i>Additive Operator Splitting</i>
<b>MSOR</b>	- <i>Modified Successive Over Relaxation</i>
<b>RAD</b>	- <i>Robust Anisotropic Diffusion</i>



## **SENARAI SIMBOL**

<i>div</i>	-	Pengoperasi perbezaan
$\nabla$	-	Pengoperasi kecerunan
$  \nabla I  $	-	Pengoperasi magnitud kecerunan
$g(.)$	-	Pekali resapan
$\omega$	-	Parameter pengenduran
$Nu$	-	Bilangan lelaran
$\Gamma$	-	Masa lelaran
$Rp$	-	Peratusan pengurangan
$\infty$	-	Ketakterhinggaan



## SENARAI ISTILAH

<i>Mean curvature motion</i>	Min Gerakan Kelengkungan
<i>Fast Fourier Transform</i>	Jelamaan Fourier Pantas.
<i>Dental X-ray Imej Segmentation</i>	Segmentasi Imej X-ray Gigi
<i>Partial Differential Equation</i>	Persamaan Terbitan Separa
<i>Ordinary Differential Equation</i>	Persamaan Terbitan Biasa
<i>Poisson Image Editing</i>	Penyuntingan Imej Poisson
<i>Successive Over Relaxation</i>	Pengenduran Berlebihan Berturut-turut
<i>Homotopy Perturbation Method</i>	Kaedah Usikan Homotopi
<i>Explicit Group</i>	Kumpulan Tak Tersirat
<i>Explicit Group Successive Over Relaxation</i>	Kumpulan Tak Tersirat Pengenduran Berlebihan Berturut-turut
<i>Mean Square Error</i>	Ralat Purata Persegi
<i>Peak Signal to Noise Ratio</i>	Puncak Nisbah Signal ke Hinggar
<i>Region of Interest</i>	Kawasan Kepentingan
<i>Signal to Noise Ratio</i>	Nisbah Isyarat ke Hinggar
<i>Normalized Signal to Noise Ratio</i>	Nisbah Isyarat ke Hinggar Ternormal
<i>Oriented Speckle Reducing</i>	Resapan Anisotropik Pengurangan Bintik
<i>Anisotropic Diffusion</i>	Terorientasi
<i>Fast Oriented Speckle Reducing</i>	Resapan Anisotropik Pengurangan Bintik
<i>Anisotropic Diffusion</i>	Terorientasi Terpantas
<i>Structural Similarity</i>	Struktur Keserupaan
<i>Human Visual System</i>	Sistem Visual Manusia
<i>Mean Absolute Error</i>	Min Ralat Mutlak
<i>Normalized Absolute Error</i>	Ralat Mutlak Normalan
<i>Additive Operator Splitting</i>	Pengoperasi Tambahan Belahan
<i>Modified Successive Over Relaxation</i>	Pengenduran Berlebihan Berturut-turut Terubahsuai
<i>Robust Anisotropic Diffusion</i>	Resapan Anisotropik Teguh

## **SENARAI LAMPIRAN**

Halaman

Lampiran : Senarai Penerbitan

181



## **BAB 1**

### **PENDAHULUAN**

#### **1.1 Pengenalan**

Penerapan model matematik dalam pemprosesan dan analisis imej telah bermula sejak awal 1960 dan bidang ini telah dipelopori secara meluas dalam kajian sains komputer dan kejuruteraan (Aubert & Kornprobst, 2006). Hal ini kerana pemprosesan imej berkepentingan dalam memberi maklumat bergambar yang berguna untuk tafsiran manusia serta pemampatan data imej untuk penyimpanan dan penghantaran. Tambahan pula, pemprosesan imej ini juga signifikan diaplikasikan dalam prapemprosesan untuk membolehkan pengesanan, klasifikasi, dan penjejakan objek serta memproses adegan data untuk persepsi mesin autonomi iaitu merujuk kepada keupayaan sistem komputer untuk mentafsir data dengan cara yang sama seperti cara manusia menggunakan deria mereka untuk berhubungan dengan dunia di sekelilingnya. (Gonzalez & Woods, 2018). Pada masa kini, pemprosesan imej ini adalah antara teknologi yang berkembang pesat dengan keupayaannya mengekstrak data-data yang diperlukan pada gambar untuk diinterpretasikan oleh manusia terutamanya dalam bidang pemprosesan imej perubatan, pemprosesan imej satelit, penguatkuasaan undang-undang, robotik dan sebagainya.

Pada dasarnya, terdapat dua jenis kaedah yang digunakan untuk pemprosesan imej iaitu pemprosesan imej digital dan analog yang juga dikenali sebagai teknik visual. Teknik pemprosesan imej digital merujuk kepada proses pengimejan digital menggunakan komputer. Berdasarkan konteks yang lebih luas, ia merupakan suatu pemprosesan digital pada sebarang imej yang terdiri daripada dua dimensi dan bernombor digital pada kadar integer terhingga (Shih, 2017).



Dalam bidang perubatan, teknik-teknik pemprosesan imej digital digunakan untuk meningkatkan kontras atau mengubah aras keamatan kepada warna untuk tafsiran yang lebih mudah pada X-ray dan imej bio-perubatan yang lain (Suetens, 2017). Kajian yang dijalankan oleh Tuan (2016) dalam mengkaji masalah segmentasi imej X-ray gigi (DXIS) dan telah mendapati algoritma baru (eSFCM-Otsu) yang dibangunkan telah mempunyai prestasi yang lebih baik daripada kaedah yang sedia ada. DXIS adalah merupakan satu proses yang amat diperlukan dalam bidang pergigian praktikal untuk diagnosis penyakit periodontitis. Prestasi rangka kerja baru yang dibangunkan telah disahkan pada data set imej X-ray pergigian sebenar dari Hanoi Medical University, Vietnam dengan menghasilkan ketepatan segmentasi yang lebih baik, lihat Rajah 1.1.



**Rajah 1.1 : Imej X-ray gigi; (a) Imej Asal dan (b) pengklusteran dengan kaedah eSFCM-Otsu**

Sumber : Tuan (2016)

Selain daripada pengimejan perubatan, teknik-teknik pemprosesan imej juga telah digunakan secara meluas pada imej satelit dan fotografi udara. Kenderaan Udara Awasan Automatik (KUAA) merupakan salah satu alat untuk fotografi udara iaitu dengan menggunakan dron (lihat Rajah 1.2). Pada dasarnya, semua operasi pemprosesan imej satelit boleh dikelompokkan kepada tiga kategori: Pemetaan dan Pemulihan Imej, Penambahbaikan dan Pengekstrakan Maklumat (Kumar, 2011). Aplikasi yang digunakan dalam pemerolehan maklumat ialah teknologi penderiaan jarak jauh dan ianya amat berkepentingan dalam pelbagai bidang, yang termasuk geografi, perubahan iklim, ukur tanah dan disiplin-disiplin sains bumi yang lain (Chi *et al.*, 2016). Rajah 1.3 menunjukkan dapatan kajian yang dijalankan oleh Suresh dan Lal (2017) bagi peningkatan kontras dan kecerahan imej satelit.



**Rajah 1.2 : Microdrone MD4-200 komersial dengan kamera digital yang diubah suai**

Sumber : Lehmann *et al.* (2015)



(a)

(b)

**Rajah 1.3 : Keputusan peningkatan imej; (a) imej asal (b) imej akhir**

Sumber : <http://www.satimagingcorp.com/gallery/> dan Suresh dan Lal (2017)

Pemprosesan imej juga dapat diaplikasikan dalam penguatkuasaan undang-undang menerusi pengesanan biometrik. Sistem biometrik merupakan sistem pengecaman pola yang mengesan seseorang berdasarkan ciri vektor yang dimiliki menerusi ciri fisiologi atau tingkah laku pemilik. Di sini pemprosesan imej bertindak dalam mengekstrak data daripada pengguna dan langkah-langkah asas dalam sistem pemprosesan imej dapat ditunjukkan pada Rajah 1.4 (Choras, 2016).

Proses pemprosesan imej dalam sistem biometrik terdiri daripada beberapa tahapan. Tahap pertama ialah pengumpulan dan pengesanan pengguna yang ada. Data ini akan dicadangkan dalam tempoh beberapa hari atau pada perincian tertentu dan berkenaan. Sebelum mengupas dengan lebih mendalam berkaitan dengan pemprosesan imej, pelajaran atas dalam bidang pemprosesan imej digital akan diberikan pada sesyen berikutnya.

## RUJUKAN

- Adams, L. M., LeVeque, R. J. & Young, D. M. 1988. Analysis of the SOR iteration for the 9-point Laplacian. *SIAM Journal on Numerical Analysis*. 25(5), 1156-1180.
- Ahmmmed, R. & Hossain, M. F. 2016. Tumor detection in brain MRI image using template based K-means and Fuzzy C-means clustering algorithm. *2016 International Conference on Computer Communication and Informatics (ICCCI)*. IEEE. pp. 1-6.
- Allahviranloo, T. 2005. Successive over relaxation iterative method for fuzzy system of linear equations. *Applied Mathematics and Computation*. 162(1), 189-196.
- Alassmi, N. S. & Zaghloul, S. S. 2018. Acceleration of Canny Edge Detection Algorithm Using Parallel Clusters. *International Journal of New Computer Architectures and Their Applications*. 8(1), 1-11.
- Ali, K., Raslan Raslan, K., & Rashad Hadhoud, A. (2018). Numerical studies of non-local hyperbolic partial differential equations using collocation methods. *Computational Methods for Differential Equations*. 6(3), 326-338.
- Ali, L. H., Sulaiman, J. & Hashim, S. R. M. 2018. SOR Iterative Method with Simpson's 1/3 Rule for the Numerical Solution of Fuzzy Second Kind Fredholm Integral Equations. *Journal of Physics: Conference Series*. 1123(1), 012030.
- Ali, N. A. M., Rahman, R., Sulaiman, J. & Ghazali, K. 2018. SOR iterative method with wave variable transformation for solving advection-diffusion equations. *AIP Conference Proceedings*. 2013(1), 020036.
- Alvarez, L., Lions, P. L. & Morel, J. M. 1992. Image selective smoothing and edge detection by nonlinear diffusion. II. *SIAM Journal on numerical analysis*. 29(3), 845-866.
- Annadurai, S. 2007. Fundamentals of digital image processing. India: Pearson Education.
- Atlas, A., Karami, F. & Meskine, D. 2014. The Perona-Malik inequality and applicationto image denoising. *Nonlinear Analysis: Real World Applications*. 18, 57-68.
- Aubert, G. & Kornprobst, P. 2006. Mathematical problems in image processing: partial differential equations and the calculus of variations. New York: Springer Science & Business Media.
- Awalludin, E. A., Hitam, M. S., Bachok, Z., Yussof, W. N. J. H. W. & Muslim, A. M. S. M. (2013, October). Anisotropic diffusion based edge detector for detecting coral reefs edges. *2013 IEEE International Conference on Signal and Image Processing Applications*. IEEE. pp. 226-231.

- Babaud, J., Witkin, A. P., Baudin, M. & Duda, R. O. 1986. Uniqueness of the Gaussian kernel for scale-space filtering. *IEEE Transactions on Pattern Analysis & Machine Intelligence*. (1), 26-33.
- Bagnara, R. 1995. A unified proof for the convergence of Jacobi and Gauss-Seidel methods. *SIAM review*. 37(1), 93-97.
- Bakalexis, S. A., Boutalis, Y. S. & Mertzios, B. G. 2002. Edge detection and image segmentation based on nonlinear anisotropic diffusion. *14th International Conference on Digital Signal Processing Proceedings*. IEEE. 2, pp. 1203-1206).
- Bänsch, E. & Mikula, K. 1997. A coarsening finite element strategy in image selective smoothing. *Computing and Visualization in Science*. 1(1), 53-61.
- Barbu, T. 2012. Novel linear image denoising approach based on a modified Gaussian filter kernel. *Numerical Functional Analysis and Optimization*. 33(11), 1269–1279.
- Barbu, T. 2015. Nonlinear PDE model for image restoration using second-order hyperbolic equations. *Numerical Functional Analysis and Optimization*. 36(11), 1375-1387.
- Barbu, T. & Munteanu, I. 2017. A nonlinear fourth-order diffusion-based model for image denoising and restoration. *Proceedings of Romanian Academy Series A*. 18(2), 108-115.
- Bazan, C., Abouali, M., Castillo, J. & Blomgren, P. 2011. Mimetic finite difference methods in image processing. *Computational & Applied Mathematics*. 30(3), 701-720.
- Bellaj, K., Boujena, S., El Guarmah, E. & Gouasnouane, O. 2017. One Approach for Image Denoising Based on Finite Element Method and Domain Decomposition Technique. *International Journal of Applied Physics and Mathematics*. 7(2), 141-147.
- Biazar, J. A. N., & Ghazvini, H. 2007. Exact solutions for non-linear Schrödinger equations by He's homotopy perturbation method. *Physics Letters A*. 366(1-2), 79-84.
- Black, M. J., Sapiro, G., Marimont, D. H. & Heeger, D. 1998. Robust anisotropic diffusion. *IEEE Transactions on image processing*. 7(3), 421-432.
- Blue Fabric 3-seat Sofa. 2018. Dipetik dari <https://www.pexels.com/photo/blue-fabric-3-seat-sofa-1282315/.htm>. pada 29 Mei 2018.
- Blue Painted Building. 2018. Dipetik dari <https://www.pexels.com/photo/blue-painted-building-2564873/.htm>. pada 29 Mei 2018.

- Brancaccio, R., Bettuzzi, M., Morigi, M. P., Casali, F., Levi, G., Baldazzi, G. & Inferrera, P. 2016. Preliminary results of a new approach for three-dimensional reconstruction of Dynamic AngioThermography (DATG) images based on the inversion of heat equation. *European Journal of Medical Physics*. 32(9), 1052-1064.
- Bos, H. J. 1993. *Lectures in the History of Mathematics*. (Volume 7). American Mathematical Society.
- Burden, R. L. & Faires, J. D. 2011. *Numerical Analysis* (9<sup>th</sup> edition). Boston: Brooks/Cole, Cengage Learning.
- Burger, W. & Burge, M. J. 2016. *Digital image processing: an algorithmic introduction using Java* (2<sup>nd</sup> edition). London: Springer-Verlag London Ltd.
- Canny, J. 1986. A computational approach to edge detection. *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Pattern Analysis and Machine Intelligence*. 8, 679-714.
- Catté, F., Lions, P. L., Morel, J. M. & Coll, T. 1992. Image selective smoothing and edge detection by nonlinear diffusion. *SIAM Journal on Numerical analysis*. 29(1), 182-193.
- Chaurasia, K. & Sharma, N. 2014. Performance Evaluation and Comparison of Different Noise, apply on TIF Image Format used in Deconvolution Wiener Filter (FFT) Algorithm. *IJCER*. 2(4), 145-150.
- Chen, J., Paris, S. & Durand, F. 2007. Real-time edge-aware image processing with the bilateral grid. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*. 26(3).
- Chi, M., Plaza, A., Benediktsson, J. A., Sun, Z., Shen, J. & Zhu, Y. 2016. Big data for remote sensing: Challenges and opportunities. *Proceedings of the IEEE*. 104(11), 2207-2219.
- Choras, R. S. 2016. A Review of Image Processing Methods and Biometric Trends for Personal Authentication and Identification. *International Journal of Circuits, Systems and Signal Processing*. 10, 367-376.
- Close-up Photography of Cup of Coffee. 2018. Dipetik dari <https://www.pexels.com/photo/close-up-photography-of-cup-ofcoffee851555/.htm>. pada 10 Jun 2018.
- Collatz, L. 1960. *The numerical treatment of differential equations* (3rd edition). Berlin: Springer-Verlag.
- Connolly, C. I., Burns, J. B. & Weiss, R. 1990. Path planning using Laplace's equation. *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*. pp. 2102-2106.
- Conte, S. D., & De Boor, C. 2017. *Elementary numerical analysis: an algorithmic approach*. SIAM. USA: McGraw-Hill Inc.

- Creosteanu, A., Gavrila, G. & Creosteanu, L. 2012. Comparison between an analytical method and two numerical methods on a given electrostatic potential determination problem. *15<sup>th</sup> International Symposium on Antenna Technology and Applied Electromagnetics*. IEEE. pp. 1-6.
- Dahalan, A. A., Muthuvalu, M. S. & Sulaiman, J. 2013. Successive over relaxation method in solving two-point fuzzy boundary value problems. *AIP Conference Proceedings*. 1522 (1); 116-124.
- Diewald, U., Preusser, T., Rumpf, M. & Strzodka, R. 2001. Diffusion models and their accelerated solution in image and surface processing. *Acta Math. Univ. Comenianae*. 70(1), 15-31.
- Ding, L. & Goshtasby, A. 2001. On the Canny edge detector. *Pattern Recognition*. 34(3), 721-725.
- Drblíková, O. & Mikula, K. 2007. Convergence analysis of finite volume scheme for nonlinear tensor anisotropic diffusion in image processing. *SIAM Journal on Numerical Analysis*. 46(1), 37-60.
- Durand, F. & Dorsey, J. 2002. Fast bilateral filtering for the display of high-dynamic-range images. *ACM transactions on graphics (TOG)*. 21(3), 257-266.
- Eng, J. H., Saudi, A. & Sulaiman, J. 2017a. Numerical Analysis of the Explicit Group Iterative Method for Solving Poisson Image Blending Problem. *International Journal of Imaging and Robotics*. 17(4), 15-24.
- Eng, J. H., Saudi, A. & Sulaiman, J. 2017b. Numerical Evaluation Of Solving Poisson Image Blending Problem By Four-Point EGSOR Iterative Method. *Far East Journal of Mathematical Sciences*. 102(12), 3127-3139.
- Eng, J. H., Saudi, A. & Sulaiman, J. 2018a. Performance Analysis of the Explicit Decoupled Group Iteration via Five-Point Rotated Laplacian Operator in Solving Poisson Image Blending Problem. *Indian Journal of Science and Technology*. 11(12), 1-6.
- Eng, J. H., Saudi, A. & Sulaiman, J. 2018b. Numerical Evaluation of Quarter-Sweep SOR Iteration for Solving Poisson Image Blending Problem. *IEEE International Conference on Artificial Intelligence in Engineering and Technology (IICAIET)*. Pp. 1-5.
- Eng, J. H., Saudi, A. & Sulaiman, J. 2018c. Poisson image blending by 4-EDGAOR iteration via rotated five-point Laplacian operator. *Journal of Physics: Conference Series*. IOP Publishing. 1123(1), 012033.
- Eng, J. H., Saudi, A. & Sulaiman, J. 2019a. Performance Analysis of Solving Poisson Image Blending Problem by Four-Point EGAOR Iterative Method. *MJS*. (1), 50-61.

- Eng, J. H., Saudi, A. & Sulaiman, J. 2019b. Implementation of Quarter-Sweep Approach in Poisson Image Blending Problem. *Computational Science and Technology*. Pp. 127-136.
- Eymard, R., Gallouët, T. & Herbin, R. 2000. Finite volume methods. *Handbook of numerical analysis*. 7, 713-1018.
- Evans, D. J. 1985. Group explicit iterative methods for solving large linear systems. *International Journal of Computer Mathematics*. 17(1), 81-108.
- Farbman, Z., Fattal, R., Lischinski, D. & Szeliski, R. 2008. Edge-preserving decompositions for multi-scale tone and detail manipulation. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*. 27 (3).
- Fauzi, N. I. M. & Sulaiman, J. 2012. Half-Sweep Modified Successive Over Relaxation method for solving second order two-point boundary value problems using cubic spline. *Int. J. Contemp. Math. Sciences*. 7(32), 1579-1589.
- Fredj, A.H., Malek, J. & Bourennane, E. B. 2016. Fast oriented anisotropic diffusion filter. *11th International Design & Test Symposium (IDT)*, Hammamet. Pp. 308-312.
- Gavaskar, R. G. & Chaudhury, K. N. 2019. Fast Adaptive Bilateral Filtering. *IEEE Transactions on Image Processing*. 28(2), 779-790.
- Ghazali, K., Sulaiman, J., Dasril, Y. & Gabda, D. 2018. Newton method with explicit group iteration for solving large scale unconstrained optimization problems. *Journal of Physics: Conference Series*. 1132 (1), 012056.
- Golub, G. H. & Van Loan, C. F. 2013. *Matrix computations* (4<sup>th</sup> edition). Baltimore, Maryland: The John Hopkins University press.
- Gonzalez, R. C & Woods, R. E. 2018. *Digital Image Processing* (4<sup>th</sup> edition). New Jersey: Prentice Hall.
- Grossmann, C., Roos, H. G. & Stynes, M. 2007. *Numerical treatment of partial differential equations* (Volume 154). Berlin: Springer.
- Gupta, S. & Mazumdar, S. G. 2013. Sobel edge detection algorithm. *International journal of computer science and management Research*. 2(2), 1578-1583.
- Hageman, L. A. & Young, D. M. 1981. *Applied iterative methods*. Mineola, New York: Dover Publication, Inc.
- Handlovičová, A., Mikula, K. & Sgallari, F. 2002. Variational numerical methods for solving nonlinear diffusion equations arising in image processing. *Journal of Visual Communication and Image Representation*. 13(1-2), 217-237.

- He, G., & Yang, L. (2016, October). A two level finite volume method for Perona and Malik equation used in denoising. *The 9th International Congress on Image and Signal Processing, BioMedical Engineering and Informatics (CISP-BMEI)*. Pp. 240-245.
- He, W., Ye, W., Ping, L. & Yining, M. 2012. The PDE method of image segmentation. *Symposium on Photonics and Optoelectronics (SOPO)*, Shanghai. Pp. 1-3.
- Hjouji, A., Jourhmane, M., Jaouad, E. L. M. & Es-Sabry, M. 2018. Mixed Finite Element Approximation for Bivariate Perona–Malik Model Arising in 2D and 3D Image Denoising. *3D Research*. 9(3), 36.
- Hong, E. J., Saudi, A. & Sulaiman, J. 2017a. Application of SOR Iteration for Poisson Image Blending. *Proceedings of the International Conference on High Performance Compilation, Computing and Communications*. Pp. 60-64.
- Hong, E. J., Saudi, A. & Sulaiman, J. 2017b. Numerical assessment for Poisson image blending problem using MSOR iteration via five-point Laplacian operator. *Journal of Physics: Conference Series*. 890(1), 012010.
- Hong, E. J., Saudi, A. & Sulaiman, J. 2018a. Implementation of Rotated Five-Point Laplacian Operator for Poisson Image Blending Problem. *Advanced Science Letters*. 24(3), 1727-1731.
- Hong, E. J., Saudi, A. & Sulaiman, J. 2018b. Numerical evaluation of poisson image blending problem using AOR iteration via five-point Laplacian operator. *AIP Conference Proceedings*. 1974(1), 020032.
- Houstis, E. N. & Papatheodorou, T. S. 1975. High Order Fast Elliptic Equation Solver. Department of Computer Science Technical Reports. (Paper 181). *AIP Conference Proceedings*. 974(1), 020032.
- Hummel, R. A. 1987. Representations based on zero-crossings in scale-space. *Readings in Computer Vision*. Pp. 753-758.
- Kačur, J. & Mikula, K. 1995. Solution of nonlinear diffusion appearing in image smoothing and edge detection. *Applied Numerical Mathematics*. 17(1), 47-59.
- Kang, M., Xu, Q. & Wang, B. 2008. A roberts' adaptive edge detection method. *Journal of xi'an jiaotong university*. 42(10), 1240-1244.
- Kamalaveni, V., Rajalakshmi, R. A. & Narayanankutty, K. A. 2015. Image denoising using variations of Perona-Malik model with different edge stopping functions. *Procedia Computer Science*. 58, 673-682.
- Kanopoulos, N., Vasanthavada, N. & Baker, R. L. 1988. Design of an image edge detection filter using the Sobel operator. *IEEE Journal of solid-state circuits*. 23(2), 358-367.

- Karami, F., Ziad, L., & Sadik, K. 2017. A splitting algorithm for a novel regularization of Perona-Malik and application to image restoration. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*. 2017(46), 1-9.
- Kim, Y., Min, D., Ham, B. & Sohn, K. 2017. Fast domain decomposition for global image smoothing. *IEEE Transactions on Image Processing*. 26(8), 4079-4091.
- Kimia, B. B. & Siddiqi, K. 1996. Geometric heat equation and nonlinear diffusion of shapes and images. *Computer Vision and Image Understanding*. 64(3), 305-322.
- Koenderink, J. J. 1984 . The structure of images. *Biological cybernetics*. 50(5), 363-370.
- Krissian, K., Westin, C. F., Kikinis, R. & Vosburgh, K. G. 2007. Oriented speckle reducing anisotropic diffusion. *IEEE Transactions on Image Processing*. 16(5), 1412-1424.
- Krivá, Z. & Mikula, K. 2000. An adaptive finite volume method in processing of color images. *Proc. Algoritmy 2000 Conference on Scientific Computing*. Pp. 174-187.
- Krivá, Z. & Mikula, K. 2002. An adaptive finite volume scheme for solving nonlinear diffusion equations in image processing. *Journal of Visual Communication and Image Representation*. 13(1-2), 22-35.
- Krivá, Z. 2005. Explicit FV scheme for the Perona-Malik equation. *Computational Methods in Applied Mathematics Comput. Methods Appl. Math.* 5(2), 170-200.
- Krivá, Z., Mikula, K., Peyriéras, N., Rizzi, B., Sarti, A. & Stašová, O. 2010. 3D early embryogenesis image filtering by nonlinear partial differential equations. *Medical image analysis*. 14(4), 510-526.
- Kumar, M. 2011. *Digital Image Processing: Photogrammetry and Remote Sensing Division*. Dehra Dun:Indian Institute of Remote Sensing.
- Lehmann, J., Nieberding, F., Prinz, T. & Knoth, C. 2015. Analysis of unmanned aerial system-based CIR images in forestry—A new perspective to monitor pest infestation levels. *Forests*. 6(3), 594-612.
- LeVeque, R. J. 2002. *Finite volume methods for hyperbolic problems* (Volume 31). Cambridge university press.
- LeVeque, R. J. 2007. *Finite difference methods for ordinary and partial differential equations: steady-state and time-dependent problems* (Volume 98). SIAM.
- Ling, S. T. & Ali, N. H. M. 2013. New High Order Group Iterative Schemes In The Solution Of Poisson Equation. *International Journal of Mathematical, Computational, Physical and Quantum Engineering*. 7(12), 1170-1175.

- Li-Xia, X., Tao, L. & Zuo-cheng, W. 2010. Adaptive Canny edge detection algorithm [J]. *Application Research of Computers*.9, 3588-3590.
- Logan, D. L. (2011). *A first course in the finite element method*. Cengage Learning.
- Maeda, R. & Maruyama, T. 2017. An implementation method of Poisson Image Editing on FPGA. *27th International Conf. on Field Programmable Logic and Applications (FPL)*, Ghent. pp. 1-6.
- Manafian, J., & Lakestani, M. 2017. A new analytical approach to solve some of the fractional-order partial differential equations. *Indian Journal of Physics*. 91(3), 243-258.
- Marr, D. & Hildreth, E. 1980. Theory of edge detection. *Proceedings of the Royal Society of London. Series B. Biological Sciences*. 207(1167), 187-217.
- Mei, S. L. 2013. HPM-based dynamic wavelet transform and its application in image denoising. *Mathematical Problems in Engineering*. 2013, 1-9.
- Memon, F., Unar, M. A. & Memon S. 2015. Image Quality Assessment for Performance Evaluation of Focus Measure Operators. *Mehran University Research Journal of Engineering and Technology*. 34(4), 379-386.
- Mikula, K. & Ramarosy, N. 2001. Semi-implicit finite volume scheme for solving nonlinear diffusion equations in image processing. *Numerische Mathematik*. 89(3), 561-590.
- Min, D., Choi, S., Lu, J., Ham, B., Sohn, K. & Do, M. N. 2014. Fast global image smoothing based on weighted least squares. *IEEE Transactions on Image Processing*. 23(12), 5638-5653.
- Montabone, S. 2010. *Beginning digital image processing: using free tools for photographers*. Apress.
- Morel, J. M., Petro, A. B. & Sbert, C. 2012. Fourier implementation of Poisson image editing. *Pattern Recognition Letters*. 33(3), 342-348.
- Muhiddin, F. A. & Sulaiman, J. 2017. Fourth-order numerical solutions of diffusion equation by using SOR method with Crank-Nicolson approach. *Journal of Physics: Conference Series*. 890(1), 012065.
- Muthuvalu, M. S., Aruchunan, E., Sulaiman, J., Karim, S. A. A. & Rashidi, M. M. 2013. The 2-Point Explicit Group Successive Over-Relaxation method for solving Fredholm integral equations of the second kind. *Applied Numerical Mathematics and Scientific Computation*. pp. 67-70.
- Muthuvalu, M. S., Aruchunan, E. & Sulaiman, J. 2016. Performance Analysis of 2-Point Explicit Group (2-EG) Method for Solving Second-Order Composite Closed Newton-Cotes Quadrature System. *Regional Conference on Science, Technology and Social Sciences (RCSTSS 2014)*. Springer, Singapore. pp. 297-305.

- Nair, P., Popli, A. & Chaudhury, K. N. 2017. A fast approximation of the bilateral filter using the discrete Fourier transform. *Image Processing On Line*. 7, 115-130.
- Oliveira, M. & Serranho, P. 2017. Implicit method for nonlinear complex diffusion with applications to image denoising. *International Journal of Differential Equations and Applications*. 16(1).
- Orange Round Fruit. 2016. Dipetik dari <https://www.pexels.com/photo/orange-round-fruit-51335/>.htm. pada 1 Jun 2018.
- Oskoei, M. A. & Hu, H. 2010. A survey on edge detection methods. *United Kingdom:University of Essex*.
- Paris, S. & Durand, F. (2006, May). A fast approximation of the bilateral filter using a signal processing approach. *European conference on computer vision*. Springer, Berlin, Heidelberg. pp. 568-580.
- Paris, S., Kornprobst, P., Tumblin, J. & Durand, F. 2009. Bilateral filtering: Theory and applications. *Foundations and Trends in Computer Graphics and Vision*. 4(1), 1-73.
- Perona, P. & Malik, J. 1990. Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion. *IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence*. 12(7), 629-639.
- Pérez, P., Gangnet, M. & Blake, A. 2003. Poisson image editing. *ACM Transactions on graphics (TOG)*. 22(3), 313-318.
- Pinchover, Y. & Rubinstein, J. 2005. *An Introduction to Partial Differential Equations*, Cambridge University Pressm An Introduction to Partial Differential Equations (Volume 1). Bukupedia.
- Polyanin, A. D. & Nazaikinskii, V. E. 2015. *Handbook of linear partial differential equations for engineers and scientists* (2<sup>nd</sup> edition). New York: Chapman and Hall/CRC.
- Preußer, T. & Rumpf, M. 2000. An adaptive finite element method for large scale image processing. *Journal of Visual Communication and Image Representation*. 11(2), 183-195.
- Prewitt, J. M. 1970. Object enhancement and extraction. *Picture processing and Psychopictorics*. 10(1), 15-19.
- Rafsanjani, H. K., Sedaaghi, M. H. & Saryazdi, S. 2017. An adaptive diffusion coefficient selection for image denoising. *Digital Signal Processing*. 64, 71-82.
- Roberts, L. G. 1963. *Machine perception of three-dimensional solids*. (Doctoral Dissertation) Massachusetts Institute of Technology.

- Rosenfeld, A. & Thurston, M. 1971. Edge and curve detection for visual scene analysis. *IEEE Transactions on computers.*( 5), 562-569.
- Russ, J. C. 2016. *The image processing handbook* (6th edition). New York: CRC press.
- Saad, Y. 2003. *Iterative methods for sparse linear systems*. (2<sup>nd</sup> edition) (Volume 82). SIAM.
- Sadighi, A. & Ganji, D. D. 2007. Exact solutions of nonlinear diffusion equations by variational iteration method. *Computers and Mathematics with Application*. 54(7-1), 1112-1121.
- Saudi, A. & Sulaiman, J. 2009. Block Iterative Method for Robot Path Planning. *The 2nd Seminar on Engineering and Information Technology (SEIT2009)*. 8<sup>th</sup>-9<sup>th</sup> July, 2009. Kota Kinabalu, Malaysia.
- Saudi, A. & Sulaiman, J. .2010a. Numerical technique for robot path planning using four Point-EG iterative method. *International Symposium on Information Technology*. IEEE. 2, 831-836.
- Saudi, A. & Sulaiman, J. 2010b. Robot path planning based on four Point-EGSOR iterative method. *IEEE Conference on Robotics, Automation and Mechatronics*. pp. 476-481.
- Saudi, A. & Sulaiman, J. 2010c. Block iterative method using nine-point Laplacian for robot path planning. *European Journal of Scientific Research*. pp. 204-211.
- Saudi, A. & Sulaiman, J. 2012a. Laplacian Behaviour-Based Control for Robot Path Planning using Full-Sweep Successive Over-Relaxation via Nine-Point Laplacian (FSSOR9L). *International Journal of Applied*. 2(3).
- Saudi, A. & Sulaiman, J. 2012b. Robot path planning using four point-explicit group via nine-point laplacian (4EG9L) iterative method. *Procedia Engineering*.41, 182-188.
- Saudi, A. & Sulaiman, J. 2012c. Robot path planning via EGSOR iterative method using Nine-Point Laplacian. In *2012 Third International Conference on Intelligent Systems Modelling and Simulation*. pp. 61-66.
- Saudi, A. & Sulaiman, J. 2012d. Path planning for mobile robot using 4EGSOR via nine-point laplacian (4EGSOR9L) iterative method. *International Journal of Computer Applications*. 53(16).
- Saudi, A., Sulaiman, J. & Hijazi, M. 2014. Robot Path Planning with EGSOR Iterative Method using Laplacian Behaviour-Based Control (LBBC). *Proceedings of 2014 Fifth International Conference on Intelligent Systems, Modelling and Simulation*. pp. 87-92.

- Sasaki, S. 1998. A Practical Computational Technique for Mobile Robot Navigation. *Proceedings of the IEEE International Conference on Control Applications*. Pp. 1323-1327.
- Shih, F. Y. 2017. Image processing and mathematical morphology: fundamentals and applications. CRC press.
- Sobel, I. & Feldman, G. 1968. *A 3x3 isotropic gradient operator for image processing*. Presented at a talk at the Stanford Artificial Project.
- Suardi, M. N., Radzuan, N. Z. F. M. & Sulaiman, J. 2017. Cubic B-spline solution for two-point boundary value problem with AOR iterative method. *Journal of Physics: Conference Series*. 890(1), 012015.
- Subr, K., Soler, C. & Durand, F. 2009. Edge-preserving multiscale image decomposition based on local extrema. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*. 28(5), 147.
- Suetens, P. 2017. Fundamentals of medical imaging (3<sup>rd</sup> edition). New York: Cambridge university press.
- Suganthi, S. S. & Ramakrishnan, S. 2014. Anisotropic diffusion filter based edge enhancement for segmentation of breast thermogram using level sets. *Biomedical Signal Processing and Control*. 14, 128-136.
- Sulaiman, J., Othman, M. & Hasan, M. K. 2009. Nine Point-EDGSOR iterative method for the finite element solution of 2D Poisson equations. *International Conference on Computational Science and Its Applications*. pp. 764-774.
- Sunarto, A., Sulaiman, J., & Saudi, A. 2013. SOR Method for The Implicit Finite Difference Solution of Time-Fractional Diffusion Equations. *Borneo Science*, 34, 34-42.
- Sunarto, A., Sulaiman, J. & Saudi, A. 2014. Full-sweep SOR method for solving space fractional diffusion equations. *Australian Journal of Basic and Applied Science*. 8, 153-158.
- Suresh, S. & Lal, S. 2017. Modified differential evolution algorithm for contrast and brightness enhancement of satellite images. *Applied Soft Computing*. 61, 622-641.
- Tomasi, C. & Manduchi, R. 1998. Bilateral filtering for gray and color images. *ICCV*. 98(1), p. 2.
- Tuan, T. M. 2016. A cooperative semi-supervised fuzzy clustering framework for dental X-ray image segmentation. *Expert Systems with Applications*. 46, 380-393.
- Wackerly, D., Mendenhall, W. & Scheaffer, R. L. 2008. *Mathematical statistics with applications* (7<sup>th</sup> edition). USA: Cengage Learning.

- Weickert, J. 1998. *Anisotropic diffusion in image processing* (Volume. 1). Stuttgart: Teubner, pp. 59-60.
- Weickert, J., Romeny, B. M. T. H. & Viergever, M. A. 1998. Efficient and reliable schemes for nonlinear diffusion filtering. *IEEE transactions on image processing*, 7(3), 398-410.
- Weickert, J. 2001. Efficient image segmentation using partial differential equations and morphology. *Pattern Recognition*, 34(9), 1813-1824.
- Witkin, A. P. 1987. Scale-space filtering. *Readings in Computer Vision*. pp. 329-332.
- Wu, W. & Zhong, C. 2010. An Improved Nonlinear Diffusion Algorithm for Image Denoising. *International Conference on Computer, Mechatronics, Control and Electronic Engineering (CMCE)*, Changchun, 2010, pp. 188-191.
- Xu, J., Jia, Y. Shi, Z. & Pang, K. 2016. An improved anisotropic diffusion filter with semi-adaptive threshold for edge preservation. *Signal Processing*. 119: 80-91.
- Xu, L., Lu, C., Xu, Y. & Jia, J. 2011. Image smoothing via L<sub>0</sub> gradient minimization. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*. 30(6), 174.
- Yahya, K., Bazar, J., Azari, H., & Fard, P. R. 2010. Homotopy Perturbation Method for Image Restoration and Denoising. *Computer Vision and Pattern Recognition*. arXiv: 1008.2579.
- Yang, L., Wu, X., Zhao, D., Li, H. & Zhai, J. 2011. An improved Prewitt algorithm for edge detection based on noised image. *The 4th International Congress on Image and Signal Processing*. 3, 1197-1200.
- You, Y. L. & Kaveh, M. 2000. Fourth-order partial differential equations for noise removal. *IEEE Transactions on Image Processing*. 9: 1723-1730.
- Young, D. 1954. Iterative methods for solving partial difference equations of elliptic type. *Transactions of the American Mathematical Society*. 76(1), 92-111.
- Young, I. T., Gerbrands, J. J. & Van Vliet, L. J. 1998. *Fundamentals of image processing* (Volume 841). Delft: Delft University of Technology.
- Yousif, W. S. & Evans, D. J. 1986. Explicit group over-relaxation methods for solving elliptic partial differential equations. *Mathematics and Computers in Simulation*, 28(6), 453-466.
- Yu, X., Wu, C., Jia, T. & Chen, S. 2011. A time-dependent anisotropic diffusion image smoothing Method. *The 2nd International Conference on Intelligent Control and Information Processing (ICICIP)*. pp. 859-862.
- Zainal, N. F. A., Sulaiman, J. & Alibubin, M. U. 2018. Application of SOR iteration with nonlocal arithmetic discretization scheme for solving Burger's equation. *AIP Conference Proceedings*. 2013(1), 020035.

Zhang, W., Li, J. & Yang, Y. 2014. A fractional diffusion-wave equation with nonlocal regularization for image denoising. *Signal Processing*. 103, 6-15.

Zhou, W., Bovik, A. C., Sheikh, H. R. & Simoncelli, E. P. 2004. Image Quality Assessment: From Error Visibility to Structural Similarity. *IEEE Transactions on Image Processing*. 13(4), 600–612.

