

PENGUBAHSUAIAN Matriks HESSIAN FAMILI Kaedah NEWTON bagi PERMASALAHAN PENGOPTIMUMAN TAK BERKEKANG BERSKALA BESAR

KHADIZAH BINTI GHAZALI



**FAKULTI SAINS DAN SUMBER ALAM
UNIVERSITI MALAYSIA SABAH
2022**

**PENGUBAHSUAIAN MATRIKS HESSIAN FAMILI
Kaedah Newton bagi permasalahan
Pengoptimuman tak berkekang
berskala besar**

KHADIZAH BINTI GHAZALI

**TESISINI DIKEMUKAKAN UNTUK MEMENUHI
SYARAT MEMPEROLEHI IJAZAH DOKTOR
FALSAFAH**

PERPUSTAKAAN
UNIVERSITI MALAYSIA SABAH

**FAKULTI SAINS DAN SUMBER ALAM
UNIVERSITI MALAYSIA SABAH
2022**

UNIVERSITI MALAYSIA SABAH

BORANG PENGESAHAN STATUS TESIS

JUDUL : **PENGUBAHSUAIAN MATRIKS HESSIAN FAMILI KAEDEH NEWTON BAGI PERMASALAHAN PENGOPTIMUMAN TAK BERKEKANG BERSKALA BESAR**

IJAZAH : **DOKTOR FALSAFAH MATEMATIK**

BIDANG : **MATEMATIK**

Saya **KHADIZAH GHAZALI**, Sesi **2017-2022**, mengaku membenarkan tesis Doktoral ini disimpan di Perpustakaan Universiti Malaysia Sabah dengan syarat-syarat kegunaan seperti berikut:-

1. Tesis ini adalah hak milik Universiti Malaysia Sabah
2. Perpustakaan Universiti Malaysia Sabah dibenarkan membuat salinan untuk tujuan pengajian sahaja.
3. Perpustakaan dibenarkan membuat salinan tesis ini sebagai bahan pertukaran antara institusi pengajian tinggi.
4. Sila tandakan (/):

SULIT

(Mengandungi maklumat yang berdarjah keselamatan atau kepentingan Malaysia seperti yang termaktub di dalam AKTA RAHSIA 1972)

TERHAD

(Mengandungi maklumat TERHAD yang telah ditentukan oleh organisasi/badan di mana penyelidikan dijalankan)

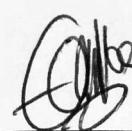
TIDAK TERHAD



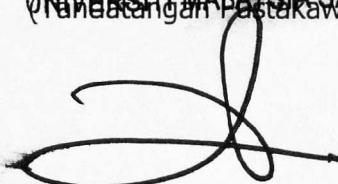
KHADIZAH GHAZALI
DS1711010T

Tarikh : 30 Oktober 2022

Disahkan Oleh,



NORISAH DANIAL
PUSTAKAWAN KANAN
UNIVERSITI MALAYSIA SABAH
(Pengetahuan Pustakawan)

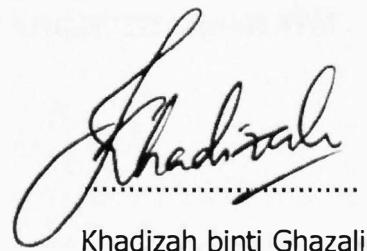


(Prof. Dr. Jumat bin Sulaiman)
Penyelia Utama
PROF. DR. JUMAT BIN SULAIMAN
Pengarah
Pusat Persediaan Sains dan Teknologi
Universiti Malaysia Sabah

PENGAKUAN

Karya ini adalah hasil kerja saya sendiri kecuali nukilan, ringkasan dan rujukan yang tiap-tiap satunya telah saya jelaskan sumbernya.

21 Oktober 2022



A handwritten signature in black ink, appearing to read "Khadizah". Below the signature is a dotted line for a typed name.

Khadizah binti Ghazali

DS1711010T



UMS
UNIVERSITI MALAYSIA SABAH

PENGESAHAN

NAMA : **KHADIZAH BINTI GHAZALI**
NO. MATRIK : **DS1711010T**
TAJUK : **PENGUBAHSUAIAN Matriks HESSIAN FAMILI Kaedah Newton bagi Permasalahan Pengoptimuman Tak Berkekang Berskala Besar**
IJAZAH : **DOKTOR FALSAFAH MATEMATIK**
BIDANG : **MATEMATIK**
TARIKH VIVA : **21 OKTOBER 2022**



DISAHAKAN OLEH:

UMS
UNIVERSITI MALAYSIA SABAH

Tandatangan

PROF. DR. JUMAT BIN SULAIMAN
Pengarah
Pusat Persediaan Sains dan Teknologi
Universiti Malaysia Sabah

1. PENYELIA UTAMA

Prof. Dr. Jumat bin Sulaiman

2. PENYELIA BERSAMA

Dr. Yosza bin Dasril

DR. YOSZA BIN DASRI

Pensyarah Kanan
Jabatan Siswazah

Fakulti Pengurusan Teknologi dan Pernigaan
Universiti Tun Hussein Onn Malaysia (UTHM)

3. PENYELIA BERSAMA

Prof. Madya Dr. Darmesah binti Gabda

PENGHARGAAN

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِيْمِ

Alhamdulillah segala puji bagi Allah SWT yang telah memberikan ilmu dan kekuatan. Bersyukur ke hadrat-Nya kerana dengan izin dan berkat-Nya, dapat saya menyiapkan penulisan ini dengan sempurna. Juga selawat dan salam ke atas Rasulullah SAW, ahli keluarga baginda dan para sahabat baginda.

Terima kasih yang tidak terbalas buat ibubapaku yang sentiasa mendoakan yang terbaik untuk anak ini. Ya Allah! Ampunilah dosa-dosa kedua-dua mereka dan kasihanilah mereka sebagaimana mereka berdua mengasihani ku semasa kecilku, Amiiin.

Setinggi-tinggi ucapan terima kasih dan jutaan penghargaan ditujukan buat Penyelia terhebat, Prof. Dr. Jumat Sulaiman di atas segala keikhlasan dalam memberi tunjuk ajar, bimbingan, pandangan, cadangan, nasihat dan kata-kata dorongan sehingga kajian ini dapat disempurnakan dengan jayanya. Semoga Prof. sentiasa dalam berkat dan lindungan-Nya, Amiiin.

Seterusnya kepada adik beradikku (Mohamad Syafie, Habibah, Hafizah dan Mohamad Rafiq), pacikku (Abdul Rahman MD Yacob), sepupuku (Nadia, Rubena) dan seluruh kaum keluarga yang sentiasa mendoakan, memberikan sokongan dan semangat sepanjang penyediaan penulisan ini. Tidak lupa buat sahabat-sahabatku yang sama-sama berjuang dan berjihad dalam bidang ilmu (Kak Lea, Kak Su, Dar dan Ita) dan semua yang terlibat di Fakulti Sains dan Sumber Alam. Ribuan terima kasih atas segala pertolongan, dorongan dan sokongan moral kalian. Semoga Allah membala segala budi baik kalian semua dengan sesuatu yang lebih hebat daripada yang kalian berikan, Amiiin.

Selain itu, sekalung penghargaan dan budi kepada Kementerian Pengajian Tinggi Malaysia dan Universiti Malaysia Sabah atas biasiswa dan skim geran bantuan penyelidikan pascasiswazah (UMSGreat) dengan kod projek GUG0160-2/2017.

Khadizah Ghazali
21 Oktober 2022

ABSTRAK

Pengoptimuman tak berkekangan adalah asas kepada teori dan amalan bagi pengoptimuman. Oleh itu, pemodelan matematik bagi permasalahan pengoptimuman tak berkekangan merupakan salah satu masalah yang mencabar dalam matematik dan fizik gunaan yang digunakan secara meluas dalam bidang sains, kejuruteraan, perubatan, ekonomi, sains sosial mahupun dalam bidang telekomunikasi. Kajian ini mencadangkan algoritma bagi famili kaedah lelaran pengubahsuaian Newton untuk menyelesaikan permasalahan pengoptimuman tak berkekangan berasaskan kepada empat struktur matriks Hessian iaitu matriks Hessian tiga pepenjuru, matriks Hessian anak panah, matrik Hessian blok pepenjuru dan matriks Hessian padat. Menerusi pendekatan matriks Hessian ke atas pendekatan famili lelaran pengubahsuaian Newton (PNewton) ini, penjanaan sistem persamaan linear Hessian berskala-besar dapat dibangunkan dengan matriks pekalinya adalah bersifat jarang dan padat. Untuk mendapatkan penyelesaian hampiran ke atas sistem linear Hessian tersebut, maka perumusan dan pelaksanaan famili kaedah lelaran PNewton “berpemberat” ini adalah kombinasi antara kaedah lelaran Newton terubahsuai dengan kaedah lelaran titik dan blok bagi famili pengenduran berlebihan berpecutan (AOR). Dalam konteks pendekatan lelaran blok “berpemberat”, kaedah Kumpulan Tak Tersirat bagi famili pengenduran berlebihan berpecutan (EGAOR) dengan lelaran dua titik- dan empat titik- yang masing-masing disimbolkan sebagai 2 Titik-EG dan 4 Titik-EG telah dipertimbangkan. Selanjutnya perbincangan mengenai pembangunan perumusan dan kekompleksan pengiraan bagi kaedah lelaran titik dan blok bagi famili lelaran PNewton-AOR yang dikaji juga dimuatkan. Bagi menguji pelaksanaan famili lelaran tersebut, 18 ujian permasalahan pengoptimuman tak berkekangan telah dipertimbangkan untuk menilai prestasi keberkesanan pengiraan dari segi bilangan lelaran, masa lelaran dan ralat mutlak. Keputusan berangka untuk permasalahan pengoptimuman tak berkekangan bagi setiap struktur matriks Hessian dianalisis dan dibandingkan dengan kaedah lelaran PNewton yang berasaskan lelaran Gauss-Seidel (PNewton-GS). Keputusan berangka berdasarkan bilangan lelaran dan masa pelaksanaan juga telah dianalisis dengan menggunakan profil prestasi oleh Dolan dan More. Hasil keputusan berangka menunjukkan bahawa kaedah 4 Titik-PNewton-EGAOR atau 4 Titik-PNewton-EG adalah lebih cekap dari segi bilangan lelaran dan masa pelaksanaan untuk kesemua struktur matriks Hessian yang dipertimbangkan. Oleh itu, dapat dirumuskan bahawa kaedah famili blok PNewton-AOR yang dicadangkan di dalam kajian ini merupakan kaedah yang cekap untuk menyelesaikan permasalahan pengoptimuman tak berkekangan dengan matriks Hessian daripada jenis tiga pepenjuru, anak panah, blok pepenjuru dan padat.

ABSTRACT

MODIFICATION OF THE HESSIAN MATRIX FAMILY OF NEWTON'S METHOD FOR LARGE-SCALE UNCONSTRAINED OPTIMIZATION PROBLEMS

Unconstrained optimization is a fundamental to both the theory and practice of optimization. Therefore, mathematical modelling for unconstrained optimization problems is one of the most challenging problems in applied mathematics and physics that are widely used in science, engineering, medical, economics, social science and even in the field of telecommunications. This study proposes an algorithm for family of modified Newton block iterative methods for solving unconstrained optimization problems based on four structure of Hessian matrix namely tri-diagonal Hessian matrix, arrowhead Hessian matrix, block diagonal Hessian matrix and dense Hessian matrix. Through the approach of the Hessian matrix on the family of modified Newton (PNewton), the system generation of large-scale Hessian linear equations can be developed with its coefficient matrix is sparse and dense. To obtain the approximate solutions of the linear systems Hessian, the formulation and implementation of the family of iterative methods modified Newton iterative method with "weighted" is a combination of modified Newton iterative methods with point and block iterative methods with for family accelerated over relaxation (AOR). In the context of the "weighted" block iteration approach, the Explicit Group method for family accelerated over-relaxation (EGAOR) with two-point- and four-point- iterations symbolized as 2-Point-EG and 4-Point-EG respectively has been considered. Further discussions on the development of formulation and computational complexity for point and block iteration methods for family of PNewton- AOR was also included. To test the implementation of the family iterative method, 18 unconstrained optimization problems tests were considered to evaluate the performance of computational effectiveness in terms of number of iterations, the iteration times and absolute errors. Numerical results for the unconstrained optimization problems for each structure of Hessian matrix were analysed and compared with the PNewton iteration which is based on the Gauss-Seidel iteration (PNewton-GS). Numerical results based on the number of iterations and execution time were also analysed using performance profiles by Dolan and More. The numerical results show that the 4 Point-PNewton-EGAOR or 4 Point-PNewton-EG method is more efficient in terms of number of iteration and execution time for all the Hessian matrix structures considered. Therefore, it can be concluded that the PNewton-AOR block family method proposed in this study is one of the efficient methods to solve unconstrained optimization problems with Hessian matrices of the tri-diagonal, arrowhead, block-diagonal and dense.

SENARAI KANDUNGAN

	Halaman
TAJUK	i
PENGAKUAN	ii
PENGESAHAN	iii
PENGHARGAAN	iv
ABSTRAK	v
ABSTRACT	vi
SENARAI KANDUNGAN	vii
SENARAI JADUAL	xiii
SENARAI RAJAH	xvi
SENARAI ALGORITMA	xxiv
SENARAI ISTILAH	xxv
SENARAI SIMBOL	xxvi
SENARAI SINGKATAN	xxvii
SENARAI LAMPIRAN	xxviii
BAB 1: PENDAHULUAN	
1.1 Pengenalan Kepada Pengoptimuman	1
1.2 Latar Belakang Kajian	3
1.3 Permasalahan dan Persoalan Kajian	7
1.4 Objektif Kajian	8
1.5 Skop Kajian	9
1.6 Kepentingan Kajian	10
1.7 Susunan Kandungan Kajian	11
BAB 2: KONSEPT ASAS PENOPTIMUMAN TAK BERKEKANG DAN KAJIAN LITERATUR	
2.1 Pengenalan	14
2.2 Pemerihalan Pengoptimuman Tak Berkekang	14
2.2.1 Jenis Penyelesaian Bagi Permasalahan Tak Berkekang	17
2.2.2 Jenis-Jenis Penumpuan	18

2.2.3	Carian Garis	19
2.2.4	Kaedah Arah Carian	23
2.3	Kriteria Penumpuan	30
2.4	Kaedah Newton	32
2.4.1	Analisis Penumpuan Kaedah Newton	35
2.4.2	Kelebihan Dan Kekurangan Kaedah Newton	36
2.5	Kajian Literatur	37

**BAB 3: PENGUBAHSUAIAN MATRIKS HESSIAN FAMILI KAEADAH
NEWTON : KES MATRIKS HESSIAN TIGA PEPENJURU**

3.1	Pengenalan	48
3.2	Permasalahan Pengoptimuman Tak Berkekang Dengan Matriks Hessian Tiga Pepenjuru	50
3.3	Pembentukan Skema Pengubahsuaian Newton Dengan Matriks Hessian Tiga Pepenjuru	51
3.4	Perumusan Famili Kaedah Lelaran Pengubahsuaian Newton Berpemberat Bagi Permasalahan Pengoptimuman Tak Berkekang Dengan Matriks Hessian Tiga Pepenjuru	53
3.4.1	Famili Kaedah Lelaran Titik Pengubahsuaian Newton-AOR	56
3.4.2	Famili Kaedah Lelaran Blok 2 Titik Pengubahsuaian Newton-AOR	65
3.4.3	Famili Kaedah Lelaran Blok 4 Titik Pengubahsuaian Newton-AOR	74
3.5	Keputusan Berangka Dan Perbincangan Bagi Famili Kaedah Lelaran Pengubahsuaian Newton Berpemberat Dengan Matriks Hessian Tiga Pepenjuru	85
3.5.1	Fungsi Ujian Dengan Matriks Hessian Tiga Pepenjuru	85
3.5.2	Keputusan Berangka dan Perbincangan	91
3.5.3	Profil Prestasi	119
3.5.4	Analisis Kekompleksan Pengiraan	126
3.6	Rumusan Keseluruhan Perbincangan	127

2.2.3	Carian Garis	19
2.2.4	Kaedah Arah Carian	23
2.3	Kriteria Penumpuan	30
2.4	Kaedah Newton	32
2.4.1	Analisis Penumpuan Kaedah Newton	35
2.4.2	Kelebihan Dan Kekurangan Kaedah Newton	36
2.5	Kajian Literatur	37

**BAB 3: PENGUBAHSUAIAN MATRIKS HESSIAN FAMILI KADEAH
NEWTON : KES MATRIKS HESSIAN TIGA PEPENJURU**

3.1	Pengenalan	48
3.2	Permasalahan Pengoptimuman Tak Berkekang Dengan Matriks Hessian Tiga Pepenjuru	50
3.3	Pembentukan Skema Pengubahsuaian Newton Dengan Matriks Hessian Tiga Pepenjuru	51
3.4	Perumusan Famili Kaedah Lelaran Pengubahsuaian Newton Berpemberat Bagi Permasalahan Pengoptimuman Tak Berkekang Dengan Matriks Hessian Tiga Pepenjuru	53
3.4.1	Famili Kaedah Lelaran Titik Pengubahsuaian Newton-AOR	56
3.4.2	Famili Kaedah Lelaran Blok 2 Titik Pengubahsuaian Newton-AOR	65
3.4.3	Famili Kaedah Lelaran Blok 4 Titik Pengubahsuaian Newton-AOR	74
3.5	Keputusan Berangka Dan Perbincangan Bagi Famili Kaedah Lelaran Pengubahsuaian Newton Berpemberat Dengan Matriks Hessian Tiga Pepenjuru	85
3.5.1	Fungsi Ujian Dengan Matriks Hessian Tiga Pepenjuru	85
3.5.2	Keputusan Berangka dan Perbincangan	91
3.5.3	Profil Prestasi	119
3.5.4	Analisis Kekompleksan Pengiraan	126
3.6	Rumusan Keseluruhan Perbincangan	127

BAB 4: PENGUBAHSUAIAN MATRIKS HESSIAN FAMILI KADEAH**NEWTON : KES MATRIKS HESSIAN ANAK PANAH**

4.1	Pengenalan	129
4.2	Permasalahan Pengoptimuman Tak Berkekang Dengan Matriks Hessian Anak Panah	131
4.3	Pembentukan Skema Pengubahsuaian Newton Dengan Matriks Hessian Anak Panah	132
4.4	Perumusan Famili Kaedah Lelaran Pengubahsuaian Newton Berpemberat Bagi Permasalahan Pengoptimuman Tak Berkekang Dengan Matriks Hessian Anak Panah	134
4.4.1	Famili Kaedah Lelaran Titik Pengubahsuaian Newton-AOR	136
4.4.2	Famili Kaedah Lelaran Blok 2 Titik Pengubahsuaian Newton-AOR	144
4.4.3	Famili Kaedah Lelaran Blok 4 Titik Pengubahsuaian Newton-AOR	154
4.5	Keputusan Berangka Dan Perbincangan Bagi Famili Kaedah Lelaran Pengubahsuaian Newton Berpemberat Dengan Matriks Hessian Anak Panah	166
4.5.1	Fungsi Ujian Dengan Matriks Hessian Anak Panah	166
4.5.2	Keputusan Berangka Dan Perbincangan	170
4.5.3	Profil Prestasi	192
4.5.4	Analisis Kekompleksan Pengiraan	196
4.6	Rumusan Keseluruhan Perbincangan	197

BAB 5: PENGUBAHSUAIAN MATRIKS HESSIAN FAMILI KADEAH**NEWTON : KES MATRIKS HESSIAN BLOK PEPENJURU**

5.1	Pengenalan	199
5.2	Permasalahan Pengoptimuman Tak Berkekang Dengan Matriks Hessian Blok Pepenjuru	201
5.3	Pembentukan Skema Pengubahsuaian Newton Dengan Matriks Hessian Blok Pepenjuru	202

**BAB 4: PENGUBAHSUAIAN MATRIKS HESSIAN FAMILI KADEAH
NEWTON : KES MATRIKS HESSIAN ANAK PANAH**

4.1	Pengenalan	129
4.2	Permasalahan Pengoptimuman Tak Berkekang Dengan Matriks Hessian Anak Panah	131
4.3	Pembentukan Skema Pengubahsuaian Newton Dengan Matriks Hessian Anak Panah	132
4.4	Perumusan Famili Kaedah Lelaran Pengubahsuaian Newton Berpemberat Bagi Permasalahan Pengoptimuman Tak Berkekang Dengan Matriks Hessian Anak Panah	134
4.4.1	Famili Kaedah Lelaran Titik Pengubahsuaian Newton-AOR	136
4.4.2	Famili Kaedah Lelaran Blok 2 Titik Pengubahsuaian Newton-AOR	144
4.4.3	Famili Kaedah Lelaran Blok 4 Titik Pengubahsuaian Newton-AOR	154
4.5	Keputusan Berangka Dan Perbincangan Bagi Famili Kaedah Lelaran Pengubahsuaian Newton Berpemberat Dengan Matriks Hessian Anak Panah	166
4.5.1	Fungsi Ujian Dengan Matriks Hessian Anak Panah	166
4.5.2	Keputusan Berangka Dan Perbincangan	170
4.5.3	Profil Prestasi	192
4.5.4	Analisis Kekompleksan Pengiraan	196
4.6	Rumusan Keseluruhan Perbincangan	197

**BAB 5: PENGUBAHSUAIAN MATRIKS HESSIAN FAMILI KADEAH
NEWTON : KES MATRIKS HESSIAN BLOK PEPENJURU**

5.1	Pengenalan	199
5.2	Permasalahan Pengoptimuman Tak Berkekang Dengan Matriks Hessian Blok Pepenjuru	201
5.3	Pembentukan Skema Pengubahsuaian Newton Dengan Matriks Hessian Blok Pepenjuru	202

5.4	Perumusan Famili Kaedah Lelaran Pengubahsuaian Newton Berpemberat Bagi Permasalahan Pengoptimuman Tak Berkekang Dengan Matriks Hessian Blok Pepenjuru	204
5.4.1	Famili Kaedah Lelaran Titik Pengubahsuaian Newton-AOR	207
5.4.2	Famili Kaedah Lelaran Blok 2 Titik Pengubahsuaian Newton-AOR	214
5.4.3	Famili Kaedah Lelaran Blok 4 Titik Pengubahsuaian Newton-AOR	220
5.5	Keputusan Berangka Dan Perbincangan Bagi Famili Kaedah Lelaran Pengubahsuaian Newton Berpemberat Dengan Matriks Hessian Blok Pepenjuru	227
5.5.1	Fungsi Ujian Dengan Matriks Hessian Blok Pepenjuru	227
5.5.2	Keputusan Berangka dan Perbincangan	231
5.5.3	Profil Prestasi	250
5.5.4	Analisis Kekompleksan Pengiraan	254
5.6	Rumusan Keseluruhan Perbincangan	255

BAB 6: PENGUBAHSUAIAN MATRIKS HESSIAN FAMILI KAEADAH NEWTON : KES MATRIKS HESSIAN HESSIAN PADAT

6.1	Pengenalan	256
6.2	Permasalahan Pengoptimuman Tak Berkekang Dengan Matriks Hessian Padat	258
6.3	Pembentukan Skema Pengubahsuaian Newton Dengan Matriks Hessian Padat	259
6.4	Perumusan Famili Kaedah Lelaran Pengubahsuaian Newton Berpemberat Bagi Permasalahan Pengoptimuman Tak Berkekang Dengan Matriks Hessian Padat	261
6.4.1	Famili Kaedah Lelaran Titik Pengubahsuaian Newton-AOR	263
6.4.2	Famili Kaedah Lelaran Blok 2 Titik Pengubahsuaian Newton-AOR	270

6.4.3	Famili Kaedah Lelaran Blok 4 Titik Pengubahsuaian Newton-AOR	278
6.5	Keputusan Berangka Dan Perbincangan Bagi Famili Kaedah Lelaran Pengubahsuaian Newton Berpemberat Dengan Matriks Hessian Padat	289
6.5.1	Fungsi Ujian Dengan Matriks Hessian Padat	289
6.5.2	Keputusan Berangka dan Perbincangan	293
6.5.3	Profil Prestasi	309
6.5.4	Analisis Kekompleksan Pengiraan	313
6.6	Rumusan Keseluruhan Perbincangan	314
BAB 7: RUMUSAN DAN CADANAGAN KAJIAN LANJUTAN		
7.1	Pengenalan	316
7.2	Rumusan Dapatan Kajian	316
7.3	Sumbangan Kajian	320
7.4	Cadangan Kajian Lanjutan	321
RUJUKAN		323
LAMPIRAN		335



UMS
UNIVERSITI MALAYSIA SABAH

SENARAI JADUAL

	Halaman
Jadual 3.1 : Hubung kait antara dua parameter, r dan ω	62
Jadual 3.2 : Perbandingan bilangan lelaran dan nilai ralat mutlak maksimum bagi famili kaedah lelaran pengubahsuaian Newton-AOR ke atas fungsi ujian 1	114
Jadual 3.3 : Perbandingan bilangan lelaran dan nilai ralat mutlak maksimum bagi famili kaedah lelaran pengubahsuaian Newton-AOR ke atas fungsi ujian 2	115
Jadual 3.4 : Perbandingan bilangan lelaran dan nilai ralat mutlak maksimum bagi famili kaedah lelaran pengubahsuaian Newton-AOR ke atas fungsi ujian 3	116
Jadual 3.5 : Perbandingan bilangan lelaran dan nilai ralat mutlak maksimum bagi famili kaedah lelaran pengubahsuaian Newton-AOR ke atas fungsi ujian 4	117
Jadual 3.6 : Perbandingan bilangan lelaran dan nilai ralat mutlak maksimum bagi famili kaedah lelaran pengubahsuaian Newton-AOR ke atas fungsi ujian 5	118
Jadual 3.7 : Peratusan penurunan bilangan lelaran dan masa pelaksanaan bagi famili kaedah lelaran pengubahsuaian Newton-AOR berbanding dengan kaedah lelaran PNewton-GS ke atas fungsi ujian 1 hingga 5	119
Jadual 3.8 : Bilangan operasi aritmetik per lelaran bagi famili kaedah lelaran pengubahsuaian Newton-AOR ke atas fungsi ujian 1 hingga 5	127
Jadual 4.1 : Perbandingan bilangan lelaran dan nilai ralat mutlak maksimum bagi famili kaedah lelaran pengubahsuaian Newton-AOR ke atas fungsi ujian 6	187
Jadual 4.2 : Perbandingan bilangan lelaran dan nilai ralat mutlak maksimum bagi famili kaedah lelaran pengubahsuaian Newton-AOR ke atas fungsi ujian 7	188
Jadual 4.3 : Perbandingan bilangan lelaran dan nilai ralat mutlak maksimum bagi famili kaedah lelaran pengubahsuaian Newton-AOR ke atas fungsi ujian 8	189
Jadual 4.4 : Perbandingan bilangan lelaran dan nilai ralat mutlak maksimum bagi famili kaedah lelaran pengubahsuaian Newton-AOR ke atas fungsi ujian 9	190
Jadual 4.5 : Perbandingan bilangan lelaran dan nilai ralat mutlak maksimum bagi famili kaedah lelaran pengubahsuaian Newton-AOR ke atas fungsi ujian 10	191
Jadual 4.6 : Peratusan penurunan bilangan lelaran dan masa pelaksanaan bagi famili kaedah lelaran pengubahsuaian	192

	Newton-AOR berbanding dengan kaedah lelaran PNewton-GS ke atas fungsi ujian 6 hingga 10	
Jadual 4.7 :	Bilangan operasi aritmetik per lelaran bagi famili kaedah lelaran pengubahsuaian Newton-AOR ke atas fungsi ujian 6 hingga 10	197
Jadual 5.1 :	Perbandingan bilangan lelaran dan nilai ralat mutlak maksimum bagi famili kaedah lelaran pengubahsuaian Newton-AOR ke atas fungsi ujian 11	245
Jadual 5.2 :	Perbandingan bilangan lelaran dan nilai ralat mutlak maksimum bagi famili kaedah lelaran pengubahsuaian Newton-AOR ke atas fungsi ujian 12	246
Jadual 5.3 :	Perbandingan bilangan lelaran dan nilai ralat mutlak maksimum bagi famili kaedah lelaran pengubahsuaian Newton-AOR ke atas fungsi ujian 13	247
Jadual 5.4 :	Perbandingan bilangan lelaran dan nilai ralat mutlak maksimum bagi famili kaedah lelaran pengubahsuaian Newton-AOR ke atas fungsi ujian 14	248
Jadual 5.5 :	Perbandingan bilangan lelaran dan nilai ralat mutlak maksimum bagi famili kaedah lelaran pengubahsuaian Newton-AOR ke atas fungsi ujian 15	249
Jadual 5.6 :	Peratusan penurunan bilangan lelaran dan masa pelaksanaan bagi famili kaedah lelaran pengubahsuaian Newton-AOR berbanding dengan kaedah lelaran PNewton-GS ke atas fungsi ujian 11 hingga 15	250
Jadual 5.7 :	Bilangan operasi aritmetik per lelaran bagi famili kaedah lelaran pengubahsuaian Newton-AOR ke atas fungsi ujian 11 hingga 15	255
Jadual 6.1 :	Nilai optimum dan titik optimum bagi fungsi ujian 16 untuk $n = \{2, 3, \dots, 6\}$	290
Jadual 6.2 :	Nilai optimum dan titik optimum bagi fungsi ujian 17 untuk $n = \{2, 3, \dots, 6\}$	291
Jadual 6.3 :	Nilai optimum dan titik optimum bagi fungsi ujian 18 untuk $n = \{2, 3, \dots, 6\}$	292
Jadual 6.4 :	Perbandingan bilangan lelaran dan nilai ralat mutlak maksimum bagi famili kaedah lelaran pengubahsuaian Newton-AOR ke atas fungsi ujian 16	306
Jadual 6.5 :	Perbandingan bilangan lelaran dan nilai ralat mutlak maksimum bagi famili kaedah lelaran pengubahsuaian Newton-AOR ke atas fungsi ujian 17	307
Jadual 6.6 :	Perbandingan bilangan lelaran dan nilai ralat mutlak maksimum bagi famili kaedah lelaran pengubahsuaian Newton-AOR ke atas fungsi ujian 18	308

Jadual 6.7 :	Peratusan penurunan bilangan lelaran dan masa pelaksanaan bagi famili kaedah lelaran pengubahsuaian Newton-AOR berbanding dengan kaedah lelaran PNewton-GS ke atas fungsi ujian 16 hingga 18	309
Jadual 6.8 :	Bilangan operasi aritmetik per lelaran bagi famili kaedah lelaran pengubahsuaian Newton-AOR ke atas fungsi ujian 16 hingga 18	314



UMS
UNIVERSITI MALAYSIA SABAH

SENARAI RAJAH

	Halaman
Rajah 1.1 : Pengkelasan permasalahan pengoptimuman	3
Rajah 1.2 : Kaedah penyelesaian permasalahan pengoptimuman tak berkekang	5
Rajah 1.3 : Ilustrasi penyelesaian permasalahan pengoptimuman tak berkekang yang diusulkan dengan konsep lelaran blok Kumpulan Tak Tersirat	12
Rajah 1.4 : Ilustrasi kerangka kajian bagi skop kajian dalam penyelesaian hampiran ke atas permasalahan pengoptimuman tak berkekang	13
Rajah 2.1 : Contoh Langkah Lelaran bagi Carian Garis Tepat dan Tak Tepat	22
Rajah 3.1 : Carta alir pelaksanaan penyelesaian pengubahsuaian Newton-AOR ke atas permasalahan pengoptimuman tak berkekang dengan matriks Hessian tiga pepenjuru	49
Rajah 3.2 : Pemetakan awal matriks \mathbf{H}_{T_1}	56
Rajah 3.3 : Carta alir skema famili kaedah lelaran titik PNewton-AOR dengan matriks Hessian tiga pepenjuru	64
Rajah 3.4 : Pembahagian matriks \mathbf{H}_{T_1} mengikut kumpulan dua titik	65
Rajah 3.5 : Pembahagian sistem linear $(n \times n)$ kepada sistem linear (2×2) bagi permasalahan matriks Hessian tiga pepenjuru.	66
Rajah 3.6 : Carta alir skema famili kaedah lelaran 2 Titik-PNewton-AOR dengan matriks Hessian tiga pepenjuru	73
Rajah 3.7 : Pembahagian matriks \mathbf{H}_{T_1} mengikut kumpulan empat titik	74
Rajah 3.8 : Pembahagian sistem linear $(n \times n)$ kepada sistem linear (4×4) bagi permasalahan matriks Hessian tiga pepenjuru.	75
Rajah 3.9 : Carta alir skema famili kaedah lelaran 4 Titik-PNewton-AOR dengan matriks Hessian tiga pepenjuru	84
Rajah 3.10 : Fungsi Dixon dan Price dalam tiga dimensi	87
Rajah 3.11 : Fungsi Rosenbrock teritlak dalam tiga dimensi	88
Rajah 3.12 : Fungsi Nonscomp dalam tiga dimensi	89
Rajah 3.13 : Fungsi Cube dalam tiga dimensi	90
Rajah 3.14 : Fungsi Strait dalam tiga dimensi	91
Rajah 3.15 : Perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah lelaran pengubahsuaian Newton-AOR ke atas fungsi ujian 1 dengan titik awalan a):(1.0,1.0,...,1.0), b):(0.6,0.6,...,0.6) dan c):(0.6,1.0,...,0.6,1.0)	98

Rajah 3.16 :	Perbandingan masa pelaksanaan lelaran bagi famili kaedah lelaran pengubahaian Newton-AOR ke atas fungsi ujian 1 dengan titik awalan a):(1.0,1.0,...,1.0), b):(0.6,0.6,...,0.6) dan c):(0.6,1.0,...,0.6,1.0)	99
Rajah 3.17 :	Perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah lelaran pengubahaian Newton-AOR ke atas fungsi ujian 2 dengan titik awalan a):(-1.2,1.09,...,-1.2,1.09)	100
Rajah 3.18 :	Perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah lelaran pengubahaian Newton-AOR ke atas fungsi ujian 2 dengan titik awalan b):(-1.2,-1.2,...,-1.2)	101
Rajah 3.19 :	Perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah lelaran pengubahaian Newton-AOR ke atas fungsi ujian 2 dengan titik awalan c):(-2.0,-1.0,...,-2.0,-1.0)	102
Rajah 3.20 :	Perbandingan masa pelaksanaan lelaran bagi famili kaedah lelaran pengubahaian Newton-AOR ke atas fungsi ujian 2 dengan titik awalan a):(-1.2,1.09,...,-1.2,1.09)	103
Rajah 3.21 :	Perbandingan masa pelaksanaan lelaran bagi famili kaedah lelaran pengubahaian Newton-AOR ke atas fungsi ujian 2 dengan titik awalan b):(-1.2,-1.2,...,-1.2)	104
Rajah 3.22 :	Perbandingan masa pelaksanaan lelaran bagi famili kaedah lelaran pengubahaian Newton-AOR ke atas fungsi ujian 2 dengan titik awalan c):(-2.0,-1.0,...,-2.0,-1.0)	105
Rajah 3.23 :	Perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah lelaran pengubahaian Newton-AOR ke atas fungsi ujian 3 dengan titik awalan a):(3.0,3.0,...,3.0), dan b):(1.5,1.5,...,1.5)	106
Rajah 3.24 :	Perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah lelaran pengubahaian Newton-AOR ke atas fungsi ujian 3 dengan titik awalan c):(1.5,1.0,...,1.5,1.0)	107
Rajah 3.25 :	Perbandingan masa pelaksanaan lelaran bagi famili kaedah lelaran pengubahaian Newton-AOR ke atas fungsi ujian 3 dengan titik awalan a):(3.0,3.0,...,3.0), dan b):(1.5,1.5,...,1.5)	108
Rajah 3.26 :	Perbandingan masa pelaksanaan lelaran bagi famili kaedah lelaran pengubahaian Newton-AOR ke atas fungsi ujian 3 dengan titik awalan c):(1.5,1.0,...,1.5,1.0)	109
Rajah 3.27 :	Perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah lelaran pengubahaian Newton-AOR ke atas fungsi ujian 4 dengan titik awalan a):(-1.2,-1.0,...,-1.2,-1.0), b):(1.5,1.5,...,1.5) dan c):(2.0,2.0,...,2.0)	110

Rajah 3.28 :	Perbandingan masa pelaksanaan lelaran bagi famili kaedah lelaran pengubhsuaian Newton-AOR ke atas fungsi ujian 4 dengan titik awalan a):(-1.2,-1.0,...,-1.2,-1.0), b):(1.5,1.5,...,1.5) dan c):(2.0,2.0,...,2.0)	111
Rajah 3.29 :	Perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah lelaran pengubhsuaian Newton-AOR ke atas fungsi ujian 5 dengan titik awalan a):(2.0,-2.0,..., 2.0,-2.0), b):(1.5,1.5,...,1.5) dan c):(-1.0,0.0,...,-1.0,0.0)	112
Rajah 3.30 :	Perbandingan masa pelaksanaan lelaran bagi famili kaedah lelaran pengubhsuaian Newton-AOR ke atas fungsi ujian 5 dengan titik awalan a):(2.0,-2.0,..., 2.0,-2.0), b):(1.5,1.5,...,1.5) dan c):(-1.0,0.0,...,-1.0,0.0)	113
Rajah 3.31 :	Profil prestasi berdasarkan bilangan lelaran bagi set fungsi ujian dengan matriks Hessian tiga pepenjuru dalam selang [1,7]	124
Rajah 3.32 :	Profil prestasi berdasarkan masa pelaksanaan bagi set fungsi ujian dengan matriks Hessian tiga pepenjuru dalam selang [1,5]	124
Rajah 3.33 :	Profil prestasi berdasarkan bilangan lelaran bagi set fungsi ujian dengan matriks Hessian tiga pepenjuru dalam selang [1,165]	125
Rajah 3.34 :	Profil prestasi berdasarkan masa pelaksanaan bagi set fungsi ujian dengan matriks Hessian tiga pepenjuru dalam selang [1,110]	125
Rajah 4.1 :	Carta alir pelaksanaan penyelesaian pengubhsuaian Newton-AOR ke atas permasalahan pengoptimuman tak berkekang dengan matriks Hessian anak panah	130
Rajah 4.2 :	Pemetaan awal matriks H_{T_2}	137
Rajah 4.3 :	Carta alir skema famili kaedah lelaran titik PNewton-AOR dengan matrik Hessian anak panah	143
Rajah 4.4 :	Pembahagian matriks H_{T_2} mengikut kumpulan dua titik	144
Rajah 4.5 :	Pembahagian sistem linear ($n \times n$) kepada sistem linear (2×2) bagi permasalahan matriks Hessian anak panah	145
Rajah 4.6 :	Carta alir skema famili kaedah lelaran 2 Titik-PNewton-AOR dengan matriks Hessian anak panah	153
Rajah 4.7 :	Pembahagian matriks H_{T_2} mengikut kumpulan empat titik	154
Rajah 4.8 :	Pembahagian sistem linear ($n \times n$) kepada sistem linear (4×4) bagi permasalahan matriks Hessian anak panah	155
Rajah 4.9 :	Carta alir skema famili kaedah lelaran 4 Titik-PNewton-AOR dengan matriks Hessian anak panah	165

Rajah 4.10 :	Fungsi Liarwhd dalam tiga dimensi	167
Rajah 4.11 :	Fungsi NONDIA dalam tiga dimensi	168
Rajah 4.12 :	Fungsi DIAG-AUP1 dalam tiga dimensi	169
Rajah 4.13 :	Fungsi Schwefel2.4 dalam tiga dimensi	169
Rajah 4.14 :	Fungsi Arwhead dalam tiga dimensi	170
Rajah 4.15 :	Perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah lelaran pengubahsuaian Newton-AOR ke atas fungsi ujian 6 dengan titik awalan a):(4.0,4.0,...,4.0), b):(1.5,1.5,...,1.5) dan c):(3.3,3.5,...,3.3,3.5)	175
Rajah 4.16 :	Perbandingan masa pelaksanaan lelaran bagi famili kaedah lelaran pengubahsuaian Newton-AOR ke atas fungsi ujian 6 dengan titik awalan a):(4.0,4.0,...,4.0), b):(1.5,1.5,...,1.5) dan c):(3.3,3.5,...,3.3,3.5)	176
Rajah 4.17 :	Perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah lelaran pengubahsuaian Newton-AOR ke atas fungsi ujian 7 dengan titik awalan a):(-1.0,-1.0,...,-1.0), dan b):(2.0,2.0,...,2.0)	177
Rajah 4.18 :	Perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah lelaran pengubahsuaian Newton-AOR ke atas fungsi ujian 7 dengan titik awalan c):(2.0,1.5,...,2.0,1.5)	178
Rajah 4.19 :	Perbandingan masa pelaksanaan lelaran bagi famili kaedah lelaran pengubahsuaian Newton-AOR ke atas fungsi ujian 7 dengan titik awalan a):(-1.0,-1.0,...,-1.0), dan b):(2.0,2.0,...,2.0)	179
Rajah 4.20 :	Perbandingan masa pelaksanaan lelaran bagi famili kaedah lelaran pengubahsuaian Newton-AOR ke atas fungsi ujian 7 dengan titik awalan c):(2.0,1.5,...,2,1.5)	180
Rajah 4.21 :	Perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah lelaran pengubahsuaian Newton-AOR ke atas fungsi ujian 8 dengan titik awalan a):(4.0,4.0,...,4.0), b):(1.5,1.5,...,1.5) dan c):(3.3,3.5,...,3.3,3.5)	181
Rajah 4.22 :	Perbandingan masa pelaksanaan lelaran bagi famili kaedah lelaran pengubahsuaian Newton-AOR ke atas fungsi ujian 8 dengan titik awalan a):(4.0,4.0,...,4.0), b):(1.5,1.5,...,1.5) dan c):(3.3,3.5,...,3.3,3.5)	182
Rajah 4.23 :	Perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah lelaran pengubahsuaian Newton-AOR ke atas fungsi ujian 9 dengan titik awalan a):(0.0,0.0,...,0.0), b):(2.0,2.0,...,2.0) dan c):(3.0,2.0,...,3.0,2.0)	183
Rajah 4.24 :	Perbandingan masa pelaksanaan lelaran bagi famili kaedah lelaran pengubahsuaian Newton-AOR ke atas fungsi ujian 9 dengan titik awalan a):(0.0,0.0,...,0.0), b):(2.0,2.0,...,2.0) dan c):(3.0,2.0,...,3.0,2.0)	184

Rajah 4.25 :	Perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah lelaran pengubahsuaian Newton-AOR ke atas fungsi ujian 10 dengan titik awalan a):(1.0,1.0,...,1.0), b):(1.0,-1.0,...,-1.0,1.0) dan c):(1.0,-2.0,...,-2.0,1.0)	185
Rajah 4.26 :	Perbandingan masa pelaksanaan lelaran bagi famili kaedah lelaran pengubahsuaian Newton-AOR ke atas fungsi ujian 10 dengan titik awalan a):(1.0,1.0,...,1.0), b):(1.0,-1.0,...,-1.0,1.0) dan c):(1.0,-2.0,...,-2.0,1.0)	186
Rajah 4.27 :	Profil prestasi berdasarkan bilangan lelaran bagi set fungsi ujian dengan matriks Hessian anak panah dalam selang [1,10]	194
Rajah 4.28 :	Profil prestasi berdasarkan masa pelaksanaan bagi set fungsi ujian dengan matriks Hessian anak panah dalam selang [1,5]	194
Rajah 4.29 :	Profil prestasi berdasarkan bilangan lelaran bagi set fungsi ujian dengan matriks Hessian anak panah dalam selang [1,150]	195
Rajah 4.30 :	Profil prestasi berdasarkan masa pelaksanaan bagi set fungsi ujian dengan matriks Hessian anak panah dalam selang [1,150]	195
Rajah 5.1 :	Carta alir pelaksanaan penyelesaian pengubahsuaian Newton-AOR ke atas permasalahan pengoptimuman tak berkekang dengan matriks Hessian blok pepenjuru	200
Rajah 5.2 :	Pemetakan awal matriks H_{T_3}	207
Rajah 5.3 :	Carta alir skema famili kaedah lelaran titik PNewton-AOR dengan matrik Hessian blok pepenjuru	213
Rajah 5.4 :	Pembahagian matriks H_{T_3} mengikut kumpulan dua titik	214
Rajah 5.5 :	Pembahagian sistem linear ($n \times n$) kepada sistem linear (2×2) bagi permasalahan matriks Hessian blok pepenjuru	215
Rajah 5.6 :	Pemetakan penguraian matriks H_{T_3} selepas pembahagian sistem linear ($n \times n$) kepada sistem linear (2×2) dilakukan	216
Rajah 5.7 :	Carta alir skema famili kaedah lelaran 2 Titik-PNewton-EG dengan matriks Hessian blok pepenjuru	219
Rajah 5.8 :	Pembahagian matriks H_{T_3} mengikut kumpulan empat titik	220
Rajah 5.9 :	Pembahagian sistem linear ($n \times n$) kepada sistem linear (4×4) bagi permasalahan matriks Hessian blok pepenjuru	221

Rajah 4.25 :	Perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah lelaran pengubahsuaian Newton-AOR ke atas fungsi ujian 10 dengan titik awalan a):(1.0,1.0,...,1.0), b):(1.0,-1.0,...,-1.0,1.0) dan c):(1.0,-2.0,...,-2.0,1.0)	185
Rajah 4.26 :	Perbandingan masa pelaksanaan lelaran bagi famili kaedah lelaran pengubahsuaian Newton-AOR ke atas fungsi ujian 10 dengan titik awalan a):(1.0,1.0,...,1.0), b):(1.0,-1.0,...,-1.0,1.0) dan c):(1.0,-2.0,...,-2.0,1.0)	186
Rajah 4.27 :	Profil prestasi berdasarkan bilangan lelaran bagi set fungsi ujian dengan matriks Hessian anak panah dalam selang [1,10]	194
Rajah 4.28 :	Profil prestasi berdasarkan masa pelaksanaan bagi set fungsi ujian dengan matriks Hessian anak panah dalam selang [1,5]	194
Rajah 4.29 :	Profil prestasi berdasarkan bilangan lelaran bagi set fungsi ujian dengan matriks Hessian anak panah dalam selang [1,150]	195
Rajah 4.30 :	Profil prestasi berdasarkan masa pelaksanaan bagi set fungsi ujian dengan matriks Hessian anak panah dalam selang [1,150]	195
Rajah 5.1 :	Carta alir pelaksanaan penyelesaian pengubahsuaian Newton-AOR ke atas permasalahan pengoptimuman tak berkekang dengan matriks Hessian blok pepenjuru	200
Rajah 5.2 :	Pemetaan awal matriks H_{T_3}	207
Rajah 5.3 :	Carta alir skema famili kaedah lelaran titik PNewton-AOR dengan matrik Hessian blok pepenjuru	213
Rajah 5.4 :	Pembahagian matriks H_{T_3} mengikut kumpulan dua titik	214
Rajah 5.5 :	Pembahagian sistem linear ($n \times n$) kepada sistem linear (2×2) bagi permasalahan matriks Hessian blok pepenjuru	215
Rajah 5.6 :	Pemetaan penguraian matriks H_{T_3} selepas pembahagian sistem linear ($n \times n$) kepada sistem linear (2×2) dilakukan	216
Rajah 5.7 :	Carta alir skema famili kaedah lelaran 2 Titik-PNewton-EG dengan matriks Hessian blok pepenjuru	219
Rajah 5.8 :	Pembahagian matriks H_{T_3} mengikut kumpulan empat titik	220
Rajah 5.9 :	Pembahagian sistem linear ($n \times n$) kepada sistem linear (4×4) bagi permasalahan matriks Hessian blok pepenjuru	221