KAEDAH LELARAN KUMPULAN TAK TERSIRAT BAGI MENYELESAIKAN MASALAH NILAI SEMPADAN DUA TITIK TAK LINEAR

ALIUDDIN BIN JAPARUDIN

PROGRAM MATEMATIK DENGAN EKONOMI
SEKOLAH SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITI MALAYSIA SABAH

2009

PUMS99:1

UNIVERSITI MALAYSIA SABAH

BORANG PENGESAHAN STATUS TESIS@

JUDUL: KAEDAH LELARAN KUMPULAN TAK TERSIRAT BAGI MENYELESAIKAN MASALAH NILAI SEMPADAN DUA TITIK TAK LINEAR

IJAZAH: SARJANA MUDA SAINS MATEMATIK DENGAN EKONOMI

SAYA ALIUDDIN BIN JAPARUDIN SESI PENGAJIAN: 2008/2009

(HURUF BESAR)

mengaku membenarkan tesis (LPSM/Sarjana/Doktor Falsafah) ini disimpan di Perpustakaan Universiti Malaysia Sabah dengan syarat-syarat kegunaan seperti berikut:-

1. Tesis adalah hakmilik Universiti Malaysia Sabah.
2. Perpustakaan Universiti Malaysia Sabah dibenarkan membuat salinan untuk tujuan pengajian sahaja.
3. Perpustakaan dibenarkan membuat salinan tesis ini sebagai bahan pertukaran antara institutsi pengajian tinggi.
4. Sila tandakan (/)

[ ]	SULIT	(Mengandungi maklumat yang berdarjah keselamatan atau Kepentingan Malaysia seperti yang termaktub di dalam AKTA RAHSIA RASMI 1972)
[ ]	TERHAD	(Mengandungi maklumat TERHAD yang telah ditentukan oleh organisasi/badan di mana penyelidikan dijalankan)
[/]	TIDAK TERHAD	

Disahkan Oleh

(TANDATANGAN PENULIS)

(TANDATANGAN PUSTAKAWAN)

Alamat Tetap: KG NYARIS - NYARIS
89700 BONGAWAN
SABAH

Prof Madya Dr Jumat Bin Sulaiman
Nama Penyelia

Tarikh: 30 APRIL 2009

Tarikh: 30 April 2009

CATATAN:- *Potong yang tidak berkenaan.

**Jika tesis ini SULIT atau TERHAD, sila lampirkan surat daripada pihak berkuasa /organisasi berkenaan dengan menyatakan sekali sebab dan tempoh tesis ini perlu dikelaskan sebagai SULIT dan TERHAD.

@Tesis dimaksudkan sebagai tesis bagi Ijazah Doktor Falsafah dan Sarjana secara penyelidikan atau disertai bagi pengajian secara kerja kursus dan Laporan Projek Sarjana Muda (LPSM).

KAEDAH LELARAN KUMPULAN TAK TERSIRAT BAGI MENYELESAIKAN MASALAH NILAI SEMPADAN DUA TITIK TAK LINEAR

ALIUDDIN BIN JAPARUDIN

DISERTASI YANG DIKEMUKAKAN UNTUK MEMENUHI SEBAHAGIAN DARIPADA SYARAT MEMPEROLEHI IJAZAH SARJANA MUDA SAINS DENGAN KEPUJIAN

PROGRAM MATEMATIK DENGAN EKONOMI
SEKOLAH SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITI MALAYSIA SABAH

April 2009

PENGAKUAN

Saya akui karya ini adalah hasil kerja saya sendiri kecuali nukilan dan ringkasan yang setiap satunya telah dijelaskan sumbernya.

30 April 2009

ALIUDDIN BIN JAPARUDIN
HS2005-4044

PENGESAHAN

DIPERAKUKAN OLEH

Tandatangan

1. PENYELIA
(PROF. MADYA. DR. JUMAT SULAIMAN) __________

2. PEMERIKSA
(PN. SUZELAWATI ZENIAN) __________

3. DEKAN
(PROF. DR. MOHD HARUN ABDULLAH) __________

PENGHARGAAN

Syukur kehadrat Allah S.W.T kerana mengurniakan nikmat masa dan tenaga sehingga siapnya disertasi ini. Ribuan terima kasih juga diucapkan kepada Prof. Madya Dr Jumat Bin Sulaiman selaku penyelia saya yang banyak memberi sokongan dari segi ilmu dan motivasi sepanjang menyiapkan disertasi ini. Tidak lupa juga kepada ahli keluarga saya terutamanya ibu bapa saya kerana selama ini memberi sokongan yang tidak putus-putus serta semua pensyarah matematik terutamanya Pn Suzelawati sebagai pemeriksa disertasi ini dan rakan-rakan yang sedikit sebanyak memberi galakan dan tunjuk ajar dalam penulisan disertasi ini. Jasa ke semua kalian yang telibat dalam menjayakan penulisan disertasi ini amatlah dihargai.

ABSTRAK

Berdasarkan kajian yang lepas, famili kaedah lelaran Kumpulan Tak Tersirat (KTT) telah menunjukkan salah satu kaedah lelaran blok yang cekap dalam menyelesaikan mana-mana sistem persamaan linear. Justeru itu dalam disertasi ini, kecekapan kaedah lelaran 2 dan 4-Titik KTT dengan parameter berpemberat ω menerusi kaedah Pengenduran Berlebihan Berturut-turut (PBB) dikaji dalam menyelesaikan sistem persamaan tak linear yang dijana oleh skema beza terhingga peringkat kedua dan keempat. Bagi menurunkan sistem persamaan tak linear, kaedah Newton akan dikemukakan untuk melinearkan sistem persamaan tak linear kepada sistem persamaan linear. Eksperimen berangka ke atas tiga permasalahan juga diberi untuk mengilustrasikan bahawa kaedah 4-Titik KTT (PBB) adalah lebih baik berbanding kaedah yang terlibat dalam kajian ini.

Title: Explicit Group Iterative method for solving Nonlinear Two-Point boundary value problems

ABSTRACT

Based on previous studies, a family of Explicit Group (EG) iterative methods has been shown to be one of the efficient block iterative methods in solving any system of linear equations. Following to that for this dissertation, the efficiency of 2 and 4-point EG with weighted parameter ω Successive Overrelaxation (SOR) method by the second and fourth order finite difference scheme are studied. To linearize nonlinear systems, the Newton method has been proposed to transform the original system into the form of linear system. Numerical experiments of three problems are also given to illustrate that the 4-point EGSOR method is more superior compared to the tested methods.

KANDUNGAN

SENARAI RAJAH

SENARAI JADUAL

SENARAI ISTILAH

Singkatan	Bahasa Inggeris	Bahasa Melayu
PBB	Successive Overrelaxation	Pengenduran Berlebihan Berturut-turut
2 Titik-KTT	2 Point Explicit Group	2 Titik Kumpulan Tak Tersirat
2 Titik-KTT(PBB)	2 Point Explicit Group Overelaxation	2 Titik Kumpulan Tak Tersirat Pengenduran Berlebihan Berturut-turut
4 Titik-KTT	4 Point Explicit Group	4 Titik Kumpulan Tak Tersirat
4 Titik-KTT(PBB)	4 Point Explicit Group Overelaxation	4 Titik Kumpulan Tak Tersirat Pengenduran Berlebihan Berturut-turut
KTTNP	Explicit Decoupled Group	Kumpulan Tak Tersirat Nyah Pasangan

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 PENGENALAN

Dalam pembelajaran matematik seharian di kolej mahupun di universiti pelajar selalu didedahkan dengan penyelesaian terus atau analitis. Banyak permasalahan matematik boleh diselesaikan secara analitik dengan pelbagai kaedah tetapi persoalan timbul dalam bagaimana hendak menyelesaikan masalah yang tidak dapat diselesaikan secara analitis. Tentu sahaja kaedah analitik tidak lagi muktamad dalam mencari penyelesaian dan sebaliknya kaedah berangka diperkenalkan untuk mengatasi keterbatasan kaedah analitis. Sehubungan dengan itulah kajian ini dilakukan untuk mengkaji kaedah berangka yang digunakan untuk menyelesaikan masalah nilai sempadan dua titik tak linear menerusi persamaan penghampiran yang akan dibincangkan kelak.

Kaedah beza terhingga (KBT) telah dibangunkan pertama kali oleh A.Thom pada tahun 1920 di bawah tajuk "the method of square" untuk menyelesaikan persamaan hidrodinamik tak linear (Thom & Apelt, 1961). Kaedah beza terhingga adalah teknik berdasarkan penganggaran yang membolehkan persamaan pembezaan digantikan dengan persamaan beza terhingga. Persamaan beza terhingga ini adalah bersifat aljabar yakni boleh disusun dalam bentuk matriks dan penyelesaian kepada sistem matriksnya berdasarkan titik grid. Kaedah beza terhingga amat mudah digunakan untuk menyelesaikan masalah persamaan pembezaan. Terdapat beberapa skema pendiskretan dalam kaedah beza terhingga bergantung kepada peringkat yang digunakan dalam Kembangan Siri Taylor. Dua masalah yang berkait rapat dengan persamaan pembezaan ialah masalah nilai awalan dan nilai sempadan dua titik.

Masalah nilai sempadan dua titik boleh dibahagikan kepada linear dan tak linear. Masalah tak linear sering dihadapi dalam bidang sains, kejuruteraan dan ekonomi. Dalam bidang sains fizik misalnya masalah ini wujud dalam pergerakan pendulum. Ahli fizik amat berminat mengkaji ayunan pendulum pada sudut mana dan pada masa mana ia berada. Ayunan ini dapat dimodelkan secara matematik dengan persamaan pembeza am peringkat kedua tak linear. Permasalahan yang wujud inilah telah menarik beberapa pengkaji seperti Sung (2001) ini untuk menyelesaikan masalah nilai sempadan dua titik tak linear peringkat kedua.

1.2 PENGENALAN KONSEP PERSAMAAN TERBITAN

Persamaan terbitan adalah meluas penggunaannya dalam matematik tulen dan gunaan. Terdapat lima jenis persamaan terbitan iaitu persamaan terbitan biasa (PTB), persamaan terbitan separa (PTS), persamaan terbitan lengah (PTL), persamaan terbitan stokastik (PTS) dan persamaan terbitan algebra (PTA). Dua jenis yang biasa digunakan pada hari ini ialah persamaan terbitan biasa (PTB) dan persamaan terbitan separa (PTS)

1.2.1 Persamaan Terbitan Biasa (PTB)

Dalam matematik, persamaan terbitan biasa (PTB) adalah suatu hubungan yang mengandungi fungsi bagi hanya satu pembolehubah tidak bersandar serta mempunyai satu atau lebih pembezaan untuk pembolehubah tersebut.

Berikut adalah persamaan am bagi persamaan terbitan biasa (PTB) untuk peringkat ke n:

$$F(x, y, y', \ldots, y^{(n-1)}) = y^{(n)} \tag{1.1}$$

dengan y sebagai fungsi yang tidak diketahui,

$$y : R \to R$$

Manakala bagi fungsi yang bernilai vektor,

$$y : R \to R^m$$

fungsi F pada persamaan (1.1) dinamakan sistem persamaan terbitan biasa dengan dimensi m. Apabila suatu persamaan terbitan dengan peringkat ke n itu berada dalam bentuk,

$$F(x, y, y', \ldots, y^{(n)}) = 0, \tag{1.2}$$

persamaan (1.2) dinamakan persamaan terbitan tak tersirat manakala persamaan dalam bentuk persamaan (1.1) dinamakan sebagai persamaan terbitan tersirat. Suatu persamaan terbitan itu adalah linear sekiranya fungsi F boleh ditulis sebagai gabungan linear oleh pembezaan bagi y seperti berikut:

$$y^{(n)} = \sum_{i=1}^{n-1} a_i(x) y^{(i)} + r(x) \tag{1.3}$$

dengan $a_i(x)$ dan $r(x)$ adalah fungsi selanjar dalam x. Sesuatu persamaan terbitan linear itu adalah homogenus sekiranya $r(x) = 0$ dan persamaan itu adalah tidak homogenus seandainya $r(x) \neq 0$.

1.2.2 Persamaan Terbitan Separa

Persamaan terbitan separa merupakan suatu hubungan yang melibatkan fungsi yang tidak diketahui dengan beberapa pembolehubah tidak bersandar dan pembezaan separanya adalah terhadap pembolehubah-pembolehubah tersebut. Berikut adalah persamaan am bagi persamaan terbitan separa mudah,

$$\frac{\partial u(x,y)}{\partial x} = 0. \tag{1.4}$$

Hubungan tersebut menunjukkan bahawa nilai-nilai $u(x,y)$ adalah tidak bersandar terhadap x. Oleh itu, penyelesaian am bagi persamaan (1.4) ialah

$$u(x,y) = f(y) \tag{1.5}$$

dengan f ialah fungsi terbezakan bagi y. Persamaan terbitan biasa yang sesuai untuk kes ini ialah

$$\frac{du}{dx} = 0 \tag{1.6}$$

yang mempunyai penyelesaian

$$u(x) = c,$$

dengan c ialah nilai pemalar yang tidak bersandar terhadap x. Penyelesaian am bagi persamaan terbitan biasa melibatkan pemalar yang terbezakan, manakala penyelesaian bagi persamaan terbitan separa melibatkan fungsi yang terbezakan. Penyelesaian bagi persamaan terbitan separa adalah tidak unik. Oleh itu persamaan terbitan separa mempunyai syarat-syarat sempadan di mana penyelesaian tersebut boleh ditakrifkan.

1.2.3 Masalah Nilai Sempadan Dua Titik Tak Linear

Menurut Sung (2001) masalah nilai sempadan dua titik tak linear peringkat kedua ialah masalah yang mana untuk suatu set persamaan pembezaan biasa tak linear peringkat kedua, syarat sempadan diberi pada awalan dan akhiran pembolehubah tak bersandar. Seterusnya ini mewujudkan nilai sempadan dua titik iaitu pada awalan dan akhiran pembolehubah bersandar. Secara amnya sistem persamaan pembezaan tak linear dapat diperihalkan seperti:

$$y'' = f(x, y, y'), \qquad a \le x \le b, \qquad y(a) = \alpha,\ y(b) = \beta. \tag{1.7}$$

dengan dua nilai sempadan $y(a)=\alpha$ dan $y(b)=\beta$. Terdapat 3 jenis syarat sempadan yang boleh dikenalpasti untuk persamaan terbitan biasa (Hoffman, 1992)

a. Syarat sempadan Dirichlet iaitu fungsi $y(x)$ ditentukan nilainya.

b. Syarat sempadan Nuemann iaitu nilai fungsi terbitan pertama $y'(x)$ diberi.

c. Syarat sempadan campuran iaitu kombinasi antara Dirichlet dan Neumann.

dan bagi kes kajian ini syarat sempadan jenis Dirichlet digunakan.

1.3 PEMERIHALAN KONSEP MATEMATIK ASAS

Dalam kajian ini, konsep matematik asas yang diperlukan untuk menyelesaikan sistem persamaan pembezaan peringkat kedua adalah seperti matriks algebra, sistem persamaan linear dan kembangan siri Taylor. Kembangan siri Taylor digunakan dalam proses pendiskretan persamaan peringkat kedua yang mengandungi fungsi tak linear di dalamnya. Dalam pendiskretan ini terdapat dua fasa yang terlibat. Fasa pertama melibatkan pendiskretan sistem persamaan pembezaan peringkat kedua yang tak linear dan fasa kedua mula menurunkan pendiskretan fasa pertama kepada sistem persamaan linear dengan kaedah Newton. Setelah fasa kedua selesai maka suatu sistem persamaan linear terjana dalam bentuk matriks yang memerlukan beberapa konsep asas matriks untuk menyelesaikannya.

1.3.1 Konsep Matriks Algebra

Matriks merupakan satu tatasusunan bagi elemen-elemen atau unsur-unsur kuantiti yang abstrak. Matriks mengandungi nombor-nombor nyata atau nombor kompleks. justeru itu, matriks yang melibatkan nombor kompleks dikenali sebagai matriks kompleks. Seterusnya matriks juga digunakan untuk mengungkapkan sistem persamaan linear. Maka matriks boleh ditambah, ditolak atau didarab seperti persamaan matematik biasa.

Suatu matriks yang mempunyai bilangan baris m dan lajur n dipanggil matriks $m \times n$ iaitu m dan n dikatakan sebagai dimensi bagi matriks tersebut. Dimensi sesuatu matriks itu selalunya dinyatakan dalam bilangan baris terlebih dahulu dan kemudiannya bilangan lajur. Tertib atau saiz sesuatu matriks dinyatakan sebagai $m \times n$. Sekiranya bilangan baris dan lajur adalah sama, maka matriks tersebut dikenali sebagai matriks segiempat sama dan ditakrifkan sebagai matriks $n \times n$ atau matriks tertib n. Perhatikan tatasusunan suatu matriks $A_{n \times n}$ yang dinyatakan sebagai (Mcmahon, 2006)

$$A = [a_{ij}] = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}.$$

Berikutnya adalah pemerihalan beberapa jenis matriks.

A. Matriks Baris Dan Lajur

Matriks baris merupakan matriks yang mempunyai satu baris sahaja yang pada peringkat $1 \times n$, manakala matriks lajur yang berperingkat $m \times 1$ merupakan matriks yang mempunyai satu lajur sahaja. Apabila matriks tersebut digunakan untuk mentakrifkan vektor, maka matriks lajur dan matriks baris masing-masing dikenali sebagai vektor lajur dan vektor baris. Unsur-unsur (i, j) bagi vektor baris atau vektor lajur dikenali sebagai komponen vektor. Vektor baris, $\vec{r}$ dan vektor lajur, $\vec{s}$ dinyatakan masing-masing sebagai (Mcmahon, 2006)

$$\vec{r} = [r_1 \quad r_2 \quad \cdots \quad r_n] \text{ dan } \vec{s} = \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ \vdots \\ s_m \end{bmatrix}$$

B. Matriks Pepenjuru

Matriks pepenjuru merupakan matriks segiempat sama yang unsur-unsur pepenjuru tidak bernilai sifar. Suatu matriks itu, misalnya matriks $D = \lfloor d_{ij} \rfloor$ merupakan matriks pepenjuru sekiranya $d_{ij} = 0$ untuk $i \neq j$. Bentuk matriks pepenjuru D adalah seperti berikut (Mcmahon, 2006)

$$D = \begin{bmatrix} d_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & d_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & d_{33} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & d_{nn} \end{bmatrix}$$

C. Matriks Tiga Pepenjuru

Matriks tiga pepenjuru ialah matriks dengan unsurnya tersusun secara serong dari kiri ke kanan dengan hanya mempunyai tiga pepenjuru tak bernilai sifar dan selainnya ialah sifar. Matriks tiga pepenjuru dapat dinyatakan secara umumnya sebagai (Mcmahon, 2006)

$$B = \begin{bmatrix} a & b & & & & \\ c & a & b & & & \\ & c & a & b & & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & & c & a & b \\ & & & & c & a \end{bmatrix}_{n \times n}$$

D. **Matriks Jacobian.**

Matriks Jacobian ialah matriks yang terhasil daripada kaedah Newton (Gene & James, 1981). Unsur dalam matrik ini adalah terbitan pertama bagi setiap fungsi terhadap setiap pembolehubah yang terkandung dalam fungsi berkenaan. Bentuk am matriks Jacobian adalah

$$J(x) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_m} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial x_m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial x_m} \end{bmatrix},$$

dengan

$$x = [x_1, x_2, x_3 \cdots x_m]^T .$$

E. **Matriks Identiti**

Matriks identiti pula ialah matriks segiempat sama yang unsur-unsur pepenjurunya bernilai satu dan unsur-unsur lain adalah bernilai sifar. Matriks identiti selalunya diwakili dengan I dan boleh diringkaskan sebagai $I_n = \lfloor e_{ij} \rfloor$. Matriks identiti I boleh ditakrifkan sebagai (Mcmahon, 2006):

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}_{n \times n} .$$