

**FAMILI KAEDAH BLOK MIN ARITMETIK
DENGAN MENGGUNAKAN PENDEKATAN
UNSUR SEGITIGA BAGI MENYELESAIKAN
MASALAH NILAI SEMPADAN ELIPTIK**

MOHD KAMALRULZAMAN BIN MD AKHIR



PERPUSTAKAAN
UNIVERSITI MALAYSIA SABAH

**TESIS INI DIKEMUKAKAN SEBAGAI MEMENUHI
SYARAT PENGANUGERAHAN IJAZAH DOKTOR
FALSAFAH**

**FAKULTI SAINS DAN SUMBER ALAM
UNIVERSITI MALAYSIA SABAH
2018**

UNIVERSITI MALAYSIA SABAH

BORANG PENGESAHAN STATUS TESIS

JUDUL: **FAMILI KAEDAH BLOK MIN ARITMETIK DENGAN MENGGUNAKAN PENDEKATAN UNSUR SEGITIGA BAGI MENYELESAIKAN MASALAH NILAI SEMPADAN ELIPTIK**

IJAZAH: **DOKTOR FALSAFAH (MATEMATIK)**

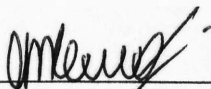
Saya **MOHD KAMALRULZAMAN BIN MD AKHIR**. Sesi **2015-2018** mengaku membenarkan tesis Doktoral ini disimpan di Perpustakaan Universiti Malaysia Sabah dengan syarat-syarat seperti berikut

1. Tesis ini adalah hak milik Universiti Malaysia Sabah.
2. Perpustakaan Universiti Malaysia Sabah dibenarkan membuat salinan untuk tujuan pengajian sahaja.
3. Perpustakaan Universiti Malaysia Sabah dibenarkan membuat salinan tesis ini sebagai bahan pertukaran antara institusi pengajian tinggi.
4. Sila tandakan (/):

SULIT (Mengandungi maklumat yang berdarjah keselamatan atau kepentingan Malaysia seperti yang termaktub di dalam AKTA RAHSIA 1972)

TERHAD (Mengandungi maklumat TERHAD yang telah ditentukan oleh organisasi /badan di mana penyelidikan dijalankan)

TIDAK TERHAD



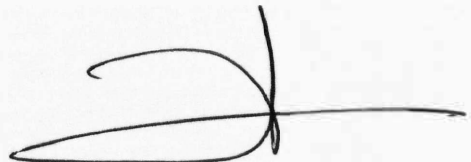
**MOHD KAMALRULZAMAN BIN MD
AKHIR
DS1421008T**

Disahkan oleh,



**NURULAIN BINTI ISMAIL
PUSTAKAWAN KANAN**

**UNIVERSITI MALAYSIA SABAH
(Tandatangan Pustakwaan)**



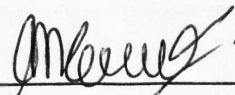
**(Prof. Madya. Dr. Jumat Sulaiman)
Penyelia**

Tarikh: 20 April 2018

PENGAKUAN

Saya akui karya ini adalah kerja saya sendiri kecuali nukilan dan ringkasan yang tiap-tiap satunya telah saya jelaskan sumbernya.

9 April 2018



Mohd Kamalulzaman Bin Md Akhir
DS1421008T



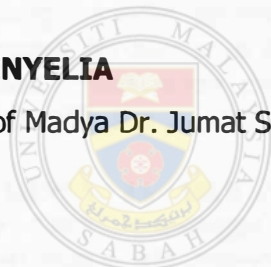
UMS
UNIVERSITI MALAYSIA SABAH

PENGESAHAN

NAMA : **MOHD KAMALRULZAMAN BIN MD AKHIR**
NO. MATRIKS : **DS1421008T**
TAJUK : **FAMILI KAEDAH BLOK MIN ARITMETIK DENGAN
MENGUNAKAN PENDEKATAN UNSUR TERHINGGA
BAGI MENYELESAIKAN MASALAH NILAI SEMPADAN
ELIPTIK**
IJAZAH : **DOKTOR FALSAFAH (MATEMATIK)**
VIVA DATE : **26 FEBUARI 2018**

DISAHKAN OLEH;

1. PENYELIA
Prof Madya Dr. Jumat Sulaiman



Tandatangan

UNIVERSITI MALAYSIA SABAH

PENGHARGAAN

Dengan nama Allah S. W.T Yang Maha Pengasih lagi Maha Penyayang. Bersyukur ke hadratNya kerana limpah dan kurniaNya yang memberikan kecekalan untuk menyiapkan tesis ini dalam tempoh yang dirancangan. Dengan kesempatan ini, saya ingin mengucapkan setinggi-tinggi penghargaan dan terima kasih yang khas ditujukan kepadabuat penyelia Prof. Madya. Dr. Jumat Bin Sulaiman yang telah ikhlas berkongsi ilmu, pengalaman dan bimbingan dari awal hingga ke akhir penulisan tesis ini.

Ribuan terima kasih juga saya ucapkan kepada Prof. Dr. Dato Mohamed Bin Suleiman, Prof. Dr. Emeritus Dato Haji Kamel Ariffin, Prof. Dr. Emeritus John Butcher, Prof. Dr. Amren Ahmad, Prof. Dr. Ho Chong Mun, Prof. Dr. Rozaini Roslan, Prof. Madya. Dr. Shahbudin Saad, Prof. Madya. Dr. Jualang Azlan Gansau, Dr. Hoo Yang Seong dan YA Dato Roslan Bin Abu Bakar yang banyak memberi dorongan, sokongan moral dan teknikal yang diberikan.

Buat Allahyarham Md Akhir bin Ahmad (1949-2012), disedekahkan Al Fatihah. Sekalung penghargaan buat ibunda Zaiton Binti Jaafar, Arniza Binti Md Akhir, isteri Khairunnisa Binti Rahim dan anak-anak, Khalish Iman, Khaira Hasya dan seisi keluarga yang sentiasa memberi segala dorongan, motivasi dan bantuan dalam banyak perkara, terutamanya dari segi kewangan serta keprihatinan dan kesabaran mereka dalam memahami permasalahan yang saya hadapi sepanjang tempoh pengajian di UMS. Hanya Allah sahaja yang membalas jasa murni itu.

Di samping itu, saya ingin juga mengucapkan setinggi-tinggi terima kasih khususnya para kakitangan di Kementerian Pendidikan Malaysia, Institut Penyelidikan Matematik Universiti Putra Malaysia (INSPEM), Leap Energy Malaysia, Aker Solutions Malaysia, Shell Malaysia, Fakulti Sains dan Sumber Alam Universiti Malaysia Sabah di atas bantuan mereka dalam mempermudah perkara-perkara berkaitan dengan penyelidikan.

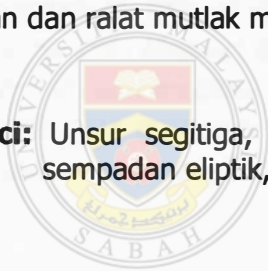
Akhir sekali, jutaan terima kasih kepada Kementerian Pendidikan Malaysia yang memberikan bantuan kewangan dan menguruskan hakcipta penyelidikan untuk membolehkan saya melanjutkan di peringkat ijazah doktor falsafah.

Mohd Kamalrulzaman Bin Md Akhir
9 April 2018

ABSTRAK

Penyelesaian berangka yang melibatkan masalah nilai sempadan eliptik memainkan peranan yang penting untuk menggambarkan pelbagai permasalahan fizikal dalam bidang sains, ekonomi dan bidang kejuruteraan yang dibentangkan secara matematik dengan menggunakan model persamaan terbitan separa. Dalam kajian ini, persamaan Helmholtz akan dipertimbangkan dan diselesaikan menerusi kaedah-kaedah lalaran satu dan dua langkah masing-masing dikenali sebagai kaedah famili kaedah dua parameter pengenduran berlebihan (TOR) dan famili kaedah min aritmetik dua parameter pengenduran berlebihan (TAM). Di dalam aspek skema pendiskretan pula, kajian ini menekankan kaedah Galerkin dalam menjana persamaan penghampiran unsur terhingga bagi kes unsur segitiga sahaja. Proses pendiskretan telah dilaksanakan untuk menerbitkan persamaan penghampiran unsur segitiga bagi konsep sapuan penuh, separuh, suku dan okto. Selanjutnya, perbincangan mengenai pembangunan perumusan dan kekompleksan pengiraan bagi kaedah-kaedah titik dan blok bagi famili kaedah lalaran TOR dan TAM yang dikaji di dalam kajian ini juga dimuatkan. Seajar dengan usaha mendemonstrasikan keberkesanan kedua-dua famili kaedah lalaran yang dipertimbangkan, dua contoh bagi setiap permasalahan telah dipertimbangkan. Berdasarkan ujian berangka ke atas famili kaedah blok TAM adalah yang paling efisien dari segibilangan lalaran, masa lalaran dan ralat mutlak maksimum berbanding famili kaedah blok TOR.

Kata Kunci: Unsur segitiga, famili kaedah blok TOR dan TAM, Masalah nilai sempadan eliptik, Persamaan Terbitan Separa, Persamaan Helmholtz



UNIVERSITI MALAYSIA SABAH

ABSTRACT

FAMILY BLOCK ARITHMETIC MEAN METHOD WITH TRIANGLE ELEMENT APPROACH FOR SOLVING ELLIPTIC INITIAL VALUE PROBLEM

Numerical solution involving linear elliptic initial value problems plays important role to describe various physical problems in sciences, economics and engineering fields which are designed mathematically by using partial differential equations. In this study, the problem of the Helmholtz equation will be considered and solved through the one and two-step iteration methods respectively known as the family method of the two parameter overrelaxation (TOR) and the family of the two-parameter arithmetic min method (TAM). In the aspect of the discretization schemes, this study emphasizes the Galerkin method in generating finite element approximation equation for the triangular element case only. The discretization process has been carried out to derive the approximate equation of the triangular element for the full, half, quarter and octo concept. Furthermore, discussions on the formulation and computational complexity of the point and block methods for the families of TOR and TAM iteration methods studied in this study are also included. In line with the efforts to demonstrate the effectiveness of both the family of the iteration method considered, two examples of each problem have been considered. Based on numerical tests on family of block TAM method is the most efficient of a range of iterations, iteration time and maximum absolute error relative to the family of block TAM.

Keyword: *Triangle Element, family of block TOR and TAM, Elliptic Initial Value Problems, Partial Differential Equations, Helmholtz Equations.*

SENARAI KANDUNGAN

	Halaman
TAJUK	i
PENGAKUAN	ii
PENGESAHAN	iii
PENGHARGAAN	iv
ABSTRAK	v
ABSTRACT	vi
SENARAI KANDUNGAN	vii
SENARAI JADUAL	ix
SENARAI RAJAH	xi
SENARAI ALGORITMA	xix
SENARAI SIMBOL	xx
SENARAI SINGKATAN	xxi
BAB 1: PENDAHULUAN	1
1.1 Pengenalan	1
1.2 Masalah Nilai Sempadan Eliptik	1
1.3 Objektif Kajian	2
1.4 Skop Kajian dan Had Kajian	3
1.5 Organisasi Tesis	6
BAB 2: ULASAN LITERATUR	8
2.1 Pengenalan	8
2.2 Perkembangan Masalah Nilai Sempadan Eliptik	8
2.3 Penyelesaian Sistem Persamaan Linear	10
2.3.1 Kaedah Lelaran Satu Langkah	11
2.3.2 Kaedah Lelaran Dua Langkah	13
2.3 Motivasi Kajian	15

BAB 3: PERUMUSAN PENGHAMPIRAN UNSUR SEGITIGA	16
PERMASALAHAN KAJIAN	
3.1 Pengenalan	17
3.2 Persamaan Helmholtz Dua Matra	19
3.3 Perumusan Penghampiran Unsur Segitiga	19
3.4 Perumusan Kaedah TOR dan TAM	25
3.4.1 Perumusan dan Algoritma Famili Kaedah TOR	25
3.4.1.1 Perumusan dan Algoritma Famili Kaedah Titik TOR	25
3.4.1.2 Perumusan dan Algoritma Famili Kaedah Blok TOR	28
3.4.2 Perumusan dan Algoritma Famili Kaedah TAM	33
3.4.2.1 Perumusan dan Algoritma Famili Kaedah Titik TAM	33
3.4.1.2 Perumusan dan Algoritma Famili Kaedah Blok TAM	38
3.5 Kekompleksan Pengiraan Pengiraan Famili Kaedah TOR dan TAM	44
BAB 4: KEPUTUSAN UJIKAJI BERANGKA DAN PERBINCANGAN	48
4.1 Masalah Ujikaji	48
4.2 Keputusan Ujikaji Berangka	48
4.3 Perbincangan dan Kesimpulan	121
BAB 5: KESIMPULAN	126
5.1 Kesimpulan	126
5.2 Cadangan Kajian Akan Datang	127
RUJUKAN	129
SENARAI PENERBITAN	134

SENARAI JADUAL

Halaman

Jadual 1.1:	Senarai Famili Kaedah TOR yang digunakan dalam kajian	4
Jadual 1.2:	Senarai Famili Kaedah TAM yang digunakan dalam kajian	5
Jadual 2.1:	Kes-kes khas kaedah lelaran bagi famili kaedah TOR	12
Jadual 2.2:	Kes-kes khas kaedah lelaran bagi famili kaedah TAM	15
Jadual 3.1:	Bilangan operasi aritmetik per lelaran bagi famili kaedah TOR	46
Jadual 3.2:	Bilangan operasi aritmetik per lelaran bagi famili kaedah TAM	47
Jadual 4.1:	: Perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah titik TOR dan TAM ke atas masalah ujikaji 4.1 pada $\sigma = 0$	49
Jadual 4.2:	Perbandingan masa lelaran bagi famili kaedah titik TOR dan TAM ke atas masalah ujikaji 4.1 pada $\sigma = 0$	50
Jadual 4.3:	Perbandingan ralat maksimum bagi famili kaedah titik TOR dan TAM ke atas masalah ujikaji 4.1 pada $\sigma = 0$	51
Jadual 4.4:	Perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah blok TOR dan TAM ke atas masalah ujikaji 4.1 pada $\sigma = 0$	58
Jadual 4.5:	Perbandingan masa lelaran bagi famili kaedah blok TOR dan TAM ke atas masalah ujikaji 4.1 pada $\sigma = 0$	59
Jadual 4.6:	Perbandingan ralat maksimum bagi famili kaedah blok TOR dan TAM ke atas masalah ujikaji 4.1 pada $\sigma = 0$	60
Jadual 4.7:	Perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah titik TOR dan TAM ke atas masalah ujikaji 4.2 pada $\sigma = 0$	67
Jadual 4.8:	Perbandingan masa lelaran bagi famili kaedah titik TOR dan TAM ke atas masalah ujikaji 4.2 pada $\sigma = 0$	68
Jadual 4.9:	: Perbandingan ralat maksimum bagi famili kaedah titik TOR dan TAM ke atas masalah ujikaji 4.2 pada $\sigma = 0$	69
Jadual 4.10:	Perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah blok TOR dan TAM ke atas masalah ujikaji 4.2 pada $\sigma = 0$	76

Jadual 4.11: Perbandingan masa lelaran bagi famili kaedah blok TOR dan TAM ke atas masalah ujikaji 4.2 pada $\sigma = 0$	77
Jadual 4.12: Perbandingan ralat maksimum bagi famili kaedah blok TOR dan TAM ke atas masalah ujikaji 4.2 pada $\sigma = 0$	78
Jadual 4.13: Perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah titik TOR dan TAM ke atas masalah ujikaji 4.1 pada $\sigma = 5$	85
Jadual 4.14: Perbandingan masa lelaran bagi famili kaedah blok TOR dan TAM ke atas masalah ujikaji 4.1 pada $\sigma = 5$	86
Jadual 4.15: Perbandingan ralat maksimum bagi famili kaedah titik TOR dan TAM ke atas masalah ujikaji 4.1 pada $\sigma = 5$	87
Jadual 4.16: Perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah blok TOR dan TAM ke atas masalah ujikaji 4.1 pada $\sigma = 5$	94
Jadual 4.17: Perbandingan masa lelaran bagi famili kaedah blok TOR dan TAM ke atas masalah ujikaji 4.1 pada $\sigma = 5$	95
Jadual 4.18: Perbandingan ralat maksimum bagi famili kaedah blok TOR dan TAM ke atas masalah ujikaji 4.1 pada $\sigma = 5$	96
Jadual 4.19: Perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah titik TOR dan TAM ke atas masalah ujikaji 4.2 pada $\sigma = 5$	103
Jadual 4.20: Perbandingan masa lelaran bagi famili kaedah blok TOR dan TAM ke atas masalah ujikaji 4.2 pada $\sigma = 5$	104
Jadual 4.21: Perbandingan ralat maksimum bagi famili kaedah titik TOR dan TAM ke atas masalah ujikaji 4.2 pada $\sigma = 5$	105
Jadual 4.22: Perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah blok TOR dan TAM ke atas masalah ujikaji 4.2 pada $\sigma = 5$	112
Jadual 4.23: Perbandingan masa lelaran bagi famili kaedah blok TOR dan TAM ke atas masalah ujikaji 4.2 pada $\sigma = 5$	113
Jadual 4.24: Perbandingan ralat maksimum bagi famili kaedah blok TOR dan TAM ke atas masalah ujikaji 4.2 pada $\sigma = 5$	114

SENARAI RAJAH

	Halaman
Rajah 3.1: Perumusan famili kaedah lelaran titik TOR dan TAM.	16
Rajah 3.2: Perumusan famili kaedah lelaran blok TOR dan TAM.	17
Rajah 3.3: Rangkaian unsur segi tiga bagi kes sapuan penuh untuk $n = 7$	18
Rajah 3.4: Rangkaian unsur segi tiga bagi kes sapuan penuh untuk $n = 7$	18
Rajah 3.5: Rangkaian unsur segi tiga bagi kes sapuan penuh untuk $n = 7$	19
Rajah 3.6: Rangkaian unsur segi tiga bagi kes sapuan suku untuk $n = 7$	19
Rajah 4.1: Menunjukkan perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah titik SOR ke atas masalah ujikaji 4.1 pada $\sigma = 0$.	52
Rajah 4.2: Menunjukkan perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah titik AM ke atas masalah ujikaji 4.1 pada $\sigma = 0$	52
Rajah 4.3: Menunjukkan perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah titik AOR ke atas masalah ujikaji 4.1 pada $\sigma = 0$	53
Rajah 4.4: Menunjukkan perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah titik AAM ke atas masalah ujikaji 4.1 pada $\sigma = 0$	53
Rajah 4.5: Menunjukkan perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah titik TOR ke atas masalah ujikaji 4.1 pada $\sigma = 0$	54
Rajah 4.6: Menunjukkan perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah titik TOR ke atas masalah ujikaji 4.1 pada $\sigma = 0$	54
Rajah 4.7: Menunjukkan perbandingan masa lelaran bagi famili kaedah titik SOR ke atas masalah ujikaji 4.1 pada $\sigma = 0$	55
Rajah 4.8: Menunjukkan perbandingan masa lelaran bagi famili kaedah titik AM ke atas masalah ujikaji 4.1 pada $\sigma = 0$	55
Rajah 4.9: Menunjukkan perbandingan masa lelaran bagi famili kaedah titik AOR ke atas masalah ujikaji 4.1 pada $\sigma = 0$	56

Rajah 4.10: Menunjukkan perbandingan masa lelaran bagi famili kaedah titik AAM ke atas masalah ujikaji 4.1 pada $\sigma = 0$	56
Rajah 4.11: Menunjukkan perbandingan masa lelaran bagi famili kaedah titik TOR ke atas masalah ujikaji 4.1 pada $\sigma = 0$	57
Rajah 4.12: Menunjukkan perbandingan masa lelaran bagi famili kaedah titik TAM ke atas masalah ujikaji 4.1 pada $\sigma = 0$	57
Rajah 4.13: Menunjukkan perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah blok SOR ke atas masalah ujikaji 4.1 pada $\sigma = 0$	61
Rajah 4.14: Menunjukkan perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah blok AM ke atas masalah ujikaji 4.1 pada $\sigma = 0$	61
Rajah 4.15: Menunjukkan perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah blok AOR ke atas masalah ujikaji 4.1 pada $\sigma = 0$	62
Rajah 4.16: Menunjukkan perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah blok AAM ke atas masalah ujikaji 4.1 pada $\sigma = 0$	62
Rajah 4.17: Menunjukkan perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah blok TOR ke atas masalah ujikaji 4.1 pada $\sigma = 0$	63
Rajah 4.18: Menunjukkan perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah blok TAM ke atas masalah ujikaji 4.1 pada $\sigma = 0$	63
Rajah 4.19: Menunjukkan perbandingan masa lelaran bagi famili kaedah blok SOR ke atas masalah ujikaji 4.1 pada $\sigma = 0$	64
Rajah 4.20: Menunjukkan perbandingan masa lelaran bagi famili kaedah blok AM ke atas masalah ujikaji 4.1 pada $\sigma = 0$	64
Rajah 4.21: Menunjukkan perbandingan masa lelaran bagi famili kaedah blok AOR ke atas masalah ujikaji 4.1 pada $\sigma = 0$	65
Rajah 4.22: Menunjukkan perbandingan masa lelaran bagi famili kaedah blok AAM ke atas masalah ujikaji 4.1 pada $\sigma = 0$	65
Rajah 4.23: Menunjukkan perbandingan masa lelaran bagi famili kaedah blok TOR ke atas masalah ujikaji 4.1 pada $\sigma = 0$	66
Rajah 4.24: Menunjukkan perbandingan masa lelaran bagi famili kaedah blok TAM ke atas masalah ujikaji 4.1 pada $\sigma = 0$	66

Rajah 4.25: Menunjukkan perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah titik SOR ke atas masalah ujikaji 4.2 pada $\sigma = 0$	70
Rajah 4.26: Menunjukkan perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah titik TAM ke atas masalah ujikaji 4.2 pada $\sigma = 0$	70
Rajah 4.27: Menunjukkan perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah titik AOR ke atas masalah ujikaji 4.2 pada $\sigma = 0$	71
Rajah 4.28: Menunjukkan perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah titik AAM ke atas masalah ujikaji 4.2 pada $\sigma = 0$	71
Rajah 4.29: Menunjukkan perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah titik TOR ke atas masalah ujikaji 4.2 pada $\sigma = 0$	72
Rajah 4.30: Menunjukkan perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah titik TOR ke atas masalah ujikaji 4.2 pada $\sigma = 0$	72
Rajah 4.31: Menunjukkan perbandingan masa lelaran bagi famili kaedah titik SOR ke atas masalah ujikaji 4.2 pada $\sigma = 0$	73
Rajah 4.32: Menunjukkan perbandingan masa lelaran bagi famili kaedah titik AM ke atas masalah ujikaji 4.2 pada $\sigma = 0$	73
Rajah 4.33: Menunjukkan perbandingan masa lelaran bagi famili kaedah titik AOR ke atas masalah ujikaji 4.2 pada $\sigma = 0$	74
Rajah 4.34: Menunjukkan perbandingan masa lelaran bagi famili kaedah titik AAM ke atas masalah ujikaji 4.2 pada $\sigma = 0$	74
Rajah 4.35: Menunjukkan perbandingan masa lelaran bagi famili kaedah titik TOR ke atas masalah ujikaji 4.2 pada $\sigma = 0$	75
Rajah 4.36: Menunjukkan perbandingan masa lelaran bagi famili kaedah titik TAM ke atas masalah ujikaji 4.2 pada $\sigma = 0$	75
Rajah 4.37: Menunjukkan perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah blok SOR ke atas masalah ujikaji 4.2 pada $\sigma = 0$	79
Rajah 4.38: Menunjukkan perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah blok AM ke atas masalah ujikaji 4.2 pada $\sigma = 0$	79
Rajah 4.39: Menunjukkan perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah blok AOR ke atas masalah ujikaji 4.2 pada $\sigma = 0$	80
Rajah 4.40: Menunjukkan perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah blok AAM ke atas masalah ujikaji 4.2 pada $\sigma = 0$	80

Rajah 4.41: Menunjukkan perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah blok TOR ke atas masalah ujikaji 4.2 pada $\sigma = 0$	81
Rajah 4.42: Menunjukkan perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah blok TAM ke atas masalah ujikaji 4.2 pada $\sigma = 0$	81
Rajah 4.43: Menunjukkan perbandingan masa lelaran bagi famili kaedah blok SOR ke atas masalah ujikaji 4.2 pada $\sigma = 0$	82
Rajah 4.44: Menunjukkan perbandingan masa lelaran bagi famili kaedah blok AM ke atas masalah ujikaji 4.2 pada $\sigma = 0$	82
Rajah 4.45: Menunjukkan perbandingan masa lelaran bagi famili kaedah blok AOR ke atas masalah ujikaji 4.2 pada $\sigma = 0$	83
Rajah 4.46: Menunjukkan perbandingan masa lelaran bagi famili kaedah blok AAM ke atas masalah ujikaji 4.2 pada $\sigma = 0$	83
Rajah 4.47: Menunjukkan perbandingan masa lelaran bagi famili kaedah blok TOR ke atas masalah ujikaji 4.2 pada $\sigma = 0$	84
Rajah 4.48: Menunjukkan perbandingan masa lelaran bagi famili kaedah blok TOR ke atas masalah ujikaji 4.2 pada $\sigma = 0$	84
Rajah 4.49: Menunjukkan perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah titik SOR ke atas masalah ujikaji 4.1 pada $\sigma = 5$	88
Rajah 4.50: Menunjukkan perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah titik AM ke atas masalah ujikaji 4.1 pada $\sigma = 5$	88
Rajah 4.51: Menunjukkan perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah titik AOR ke atas masalah ujikaji 4.1 pada $\sigma = 5$	89
Rajah 4.52: Menunjukkan perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah titik AAM ke atas masalah ujikaji 4.1 pada $\sigma = 5$	89
Rajah 4.53: Menunjukkan perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah titik TOR ke atas masalah ujikaji 4.1 pada $\sigma = 5$	90
Rajah 4.54: Menunjukkan perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah titik TAM ke atas masalah ujikaji 4.1 pada $\sigma = 5$	90
Rajah 4.55: Menunjukkan perbandingan masa lelaran bagi famili kaedah titik SOR ke atas masalah ujikaji 4.1 pada $\sigma = 5$	91

Rajah 4.56: Menunjukkan perbandingan masa lelaran bagi famili kaedah titik SOR ke atas masalah ujikaji 4.1 pada $\sigma = 5$	91
Rajah 4.57: Menunjukkan perbandingan masa lelaran bagi famili kaedah titik AOR ke atas masalah ujikaji 4.1 pada $\sigma = 5$	92
Rajah 4.58: Menunjukkan perbandingan masa lelaran bagi famili kaedah titik AAM ke atas masalah ujikaji 4.1 pada $\sigma = 5$	92
Rajah 4.59: Menunjukkan perbandingan masa lelaran bagi famili kaedah titik TOR ke atas masalah ujikaji 4.1 pada $\sigma = 5$	93
Rajah 4.60: Menunjukkan perbandingan masa lelaran bagi famili kaedah titik TOR ke atas masalah ujikaji 4.1 pada $\sigma = 5$	93
Rajah 4.61: Menunjukkan perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah blok SOR ke atas masalah ujikaji 4.1 pada $\sigma = 5$	97
Rajah 4.62: Menunjukkan perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah blok AM ke atas masalah ujikaji 4.1 pada $\sigma = 5$	97
Rajah 4.63: Menunjukkan perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah blok AOR ke atas masalah ujikaji 4.1 pada $\sigma = 5$	98
Rajah 4.64: Menunjukkan perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah blok AAM ke atas masalah ujikaji 4.1 pada $\sigma = 5$	98
Rajah 4.65: Menunjukkan perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah blok TOR ke atas masalah ujikaji 4.1 pada $\sigma = 5$	99
Rajah 4.66: Menunjukkan perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah blok TAM ke atas masalah ujikaji 4.1 pada $\sigma = 5$	99
Rajah 4.67: Menunjukkan perbandingan masa lelaran bagi famili kaedah blok SOR ke atas masalah ujikaji 4.1 pada $\sigma = 5$	100
Rajah 4.68: Menunjukkan perbandingan masa lelaran bagi famili kaedah blok AM ke atas masalah ujikaji 4.1 pada $\sigma = 5$	100
Rajah 4.69: Menunjukkan perbandingan masa lelaran bagi famili kaedah blok AOR ke atas masalah ujikaji 4.1 pada $\sigma = 5$	101
Rajah 4.70: Menunjukkan perbandingan masa lelaran bagi famili kaedah blok AAM ke atas masalah ujikaji 4.1 pada $\sigma = 5$	101

Rajah 4.71: Menunjukkan perbandingan masa lelaran bagi famili kaedah blok TOR ke atas masalah ujikaji 4.1 pada $\sigma = 5$	102
Rajah 4.72: Menunjukkan perbandingan masa lelaran bagi famili kaedah blok TAM ke atas masalah ujikaji 4.1 pada $\sigma = 5$	102
Rajah 4.73: Menunjukkan perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah titik SOR ke atas masalah ujikaji 4.2 pada $\sigma = 5$	106
Rajah 4.74: Menunjukkan perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah titik AM ke atas masalah ujikaji 4.2 pada $\sigma = 5$	106
Rajah 4.75: Menunjukkan perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah titik AOR ke atas masalah ujikaji 4.2 pada $\sigma = 5$	107
Rajah 4.76: Menunjukkan perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah titik AAM ke atas masalah ujikaji 4.2 pada $\sigma = 5$	107
Rajah 4.77: Menunjukkan perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah titik TOR ke atas masalah ujikaji 4.2 pada $\sigma = 5$	108
Rajah 4.78: Menunjukkan perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah titik TAM ke atas masalah ujikaji 4.2 pada $\sigma = 5$	108
Rajah 4.79: Menunjukkan perbandingan masa lelaran bagi famili kaedah titik SOR ke atas masalah ujikaji 4.2 pada $\sigma = 5$	109
Rajah 4.80: Menunjukkan perbandingan masa lelaran bagi famili kaedah titik AM ke atas masalah ujikaji 4.2 pada $\sigma = 5$	109
Rajah 4.81: Menunjukkan perbandingan masa lelaran bagi famili kaedah titik AOR ke atas masalah ujikaji 4.2 pada $\sigma = 5$	110
Rajah 4.82: Menunjukkan perbandingan masa lelaran bagi famili kaedah titik AAM ke atas masalah ujikaji 4.2 pada $\sigma = 5$	110
Rajah 4.83: Menunjukkan perbandingan masa lelaran bagi famili kaedah titik TOR ke atas masalah ujikaji 4.2 pada $\sigma = 5$	111
Rajah 4.84: Menunjukkan perbandingan masa lelaran bagi famili kaedah titik TAM ke atas masalah ujikaji 4.2 pada $\sigma = 5$	111
Rajah 4.85: Menunjukkan perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah blok SOR ke atas masalah ujikaji 4.2 pada $\sigma = 5$	115

Rajah 4.86: Menunjukkan perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah blok AM ke atas masalah ujikaji 4.2 pada $\sigma = 5$	115
Rajah 4.87: Menunjukkan perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah blok AOR ke atas masalah ujikaji 4.2 pada $\sigma = 5$	116
Rajah 4.88: Menunjukkan perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah blok AAM ke atas masalah ujikaji 4.2 pada $\sigma = 5$	116
Rajah 4.89: Menunjukkan perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah blok TOR ke atas masalah ujikaji 4.2 pada $\sigma = 5$	117
Rajah 4.90: Menunjukkan perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah blok TAM ke atas masalah ujikaji 4.2 pada $\sigma = 5$	117
Rajah 4.91: Menunjukkan perbandingan masa lelaran bagi famili kaedah blok SOR ke atas masalah ujikaji 4.2 pada $\sigma = 5$	118
Rajah 4.92: Menunjukkan perbandingan masa lelaran bagi famili kaedah blok AM ke atas masalah ujikaji 4.2 pada $\sigma = 5$	118
Rajah 4.93: Menunjukkan perbandingan masa lelaran bagi famili kaedah blok AOR ke atas masalah ujikaji 4.2 pada $\sigma = 5$	119
Rajah 4.94: Menunjukkan perbandingan masa lelaran bagi famili kaedah blok AAM ke atas masalah ujikaji 4.2 pada $\sigma = 5$	119
Rajah 4.95: Menunjukkan perbandingan masa lelaran bagi famili kaedah blok TOR ke atas masalah ujikaji 4.2 pada $\sigma = 5$	120
Rajah 4.96: Menunjukkan perbandingan masa lelaran bagi famili kaedah blok TAM ke atas masalah ujikaji 4.2 pada $\sigma = 5$	120
Rajah 4.97: Menunjukkan perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah TOR dan TAM bagi kes sapuan okto ke atas masalah ujikaji 4.1 pada $\sigma = 0$	122
Rajah 4.97: Menunjukkan perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah TOR dan TAM bagi kes sapuan okto ke atas masalah ujikaji 4.2 pada $\sigma = 0$	123

Rajah 4.99: Menunjukkan perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah TOR dan TAM bagi kes sapuan okto ke atas masalah ujikaji 4.1 pada $\sigma = 5$ 124

Rajah 4.100: Menunjukkan perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah TOR dan TAM bagi kes sapuan okto ke atas masalah ujikaji 4.2 pada $\sigma = 5$ 125



UMS
UNIVERSITI MALAYSIA SABAH

SENARAI ALGORITMA

Halaman

Algoritma 3.1:	Kaedah FSTOR	26
Algoritma 3.2:	Kaedah HSTOR	26
Algoritma 3.3:	Kaedah QSTOR	27
Algoritma 3.4:	Kaedah OSTOR	27
Algoritma 3.5:	Kaedah 4-EGTOR	28
Algoritma 3.6:	Kaedah 4-EDGTOR	30
Algoritma 3.7:	Kaedah 4-MEGTOR	31
Algoritma 3.8:	Kaedah 4-OMEGTOR	32
Algoritma 3.9:	Kaedah FSTAM	33
Algoritma 3.10:	Kaedah HSTAM	34
Algoritma 3.11:	Kaedah QSTAM	35
Algoritma 3.12:	Kaedah OSTAM	36
Algoritma 3.13:	Kaedah 4-EGTAM	38
Algoritma 3.14:	Kaedah 4-EDGTAM	41
Algoritma 3.15:	Kaedah 4-MEGTAM	43
Algoritma 3.16:	Kaedah 4-OMEGTAM	45

SENARAI SIMBOL

- A - Matrik pekali A
- b - Matrik pekali f
- f_i - fungsi tak linear
- h - Saiz bagi subselang
- m - Saiz grid
- U - Matrik pekali U
- $U^{(0)}$ - Vektor ralat awalan
- $U_i^{(k+1)}$ - Mewakili vektor yang tidak diketahui pada lelaran k pada kes satu dimensi
- $U_{i,j}^{(k+1)}$ - Mewakili vektor yang tidak diketahui pada lelaran k pada kes dua dimensi
- ω, r, s - Parameter berpemberat
- x_i - Titik grid
- $m-1$ - Bilangan titik nod terkedalam pada domain penyelesaian
- ε - Ralat toleransi untuk criteria penumpuan

SENARAI SINGKATAN

AM	-	Min Aritmetik
AAM	-	Min Aritmetik Berpecutan
AOR	-	Pengenduran Berlebihan Berpecutan
EG	-	Kumpulan Tak Tersirat
EGSOR	-	Pengenduran Berlebihan Berturut-turut Kumpulan Tak Tersirat
EGAOR	-	Pengenduran Berlebihan Berpecutan Kumpulan Tak Tersirat
EGTOR	-	Pengenduran Berlebihan Dua Parameter Kumpulan Tak Tersirat
EGAM	-	Min Aritmetik Kumpulan Tak Tersirat
EGAAM	-	Min Aritmetik Berpecutan Kumpulan Tak Tersirat
EGTAM	-	Min Aritmetik Dua Parameter Kumpulan Tak Tersirat
EDG	-	Kumpulan Tak Tersirat Nyahpasangan
EDGSOR	-	Pengenduran Berlebihan Berturut-turut Kumpulan Tak Tersirat Nyahpasangan
EDGAOR	-	Pengenduran Berlebihan Berpecutan Kumpulan Tak Tersirat Nyahpasangan
EDGTOR	-	Pengenduran Berlebihan Dua Parameter Kumpulan Tak Tersirat Nyahpasangan
EDGAM	-	Min Aritmetik Kumpulan Tak Tersirat Nyahpasangan
EDGAAM	-	Min Aritmetik Berpecutan Kumpulan Tak Tersirat Nyahpasangan
EDGTAM	-	Min Aritmetik Dua Parameter Kumpulan Tak Tersirat Nyahpasangan
FSSOR	-	Pengenduran Berlebihan Berturut-Turut Sapuan Penuh
FSAOR	-	Pengenduran Berlebihan Berpecutan Sapuan Penuh
FSTOR	-	Pengenduran Berlebihan Dua Parameter Sapuan Penuh
FSAM	-	Min Aritmetik Sapuan Penuh
FSAAM	-	Min Aritmetik Berpecutan Sapuan Penuh
FSTAM	-	Min Aritmetik Dua Parameter Sapuan Penuh
FEM	-	Kaedah Unsur Terhingga
HSSOR	-	Pengenduran Berlebihan Berturut-Turut Sapuan Separuh
HSAOR	-	Pengenduran Berlebihan Berpecutan Sapuan Separuh
HSTOR	-	Pengenduran Berlebihan Dua Parameter Sapuan Separuh

- HSAM** - Min Aritmetik Sapuan Separuh
- HSAAM** - Min Aritmetik Berpecutan Sapuan Separuh
- HSTAM** - Min Aritmetik Dua Parameter Sapuan Separuh
- MEG** - Kumpulan Tak Tersirat Terubahsuai
- MEGSOR** - Pengenduran Berlebihan Berturut-Turut Kumpulan Tak Tersirat Terubahsuai
- MEGAOR** - Pengenduran Berlebihan Berpecutan Kumpulan Tak Tersirat Terubahsuai
- MEGTOR** - Pengenduran Berlebihan Dua Parameter Kumpulan Tak Tersirat Terubahsuai
- MEGAM** - Min Aritmetik Kumpulan Tak Tersirat Terubahsuai
- MEGAAM** - Min Aritmetik Berpecutan Kumpulan Tak Tersirat Terubahsuai
- MEGTAM** - Min Aritmetik Dua Parameter Kumpulan Tak Tersirat Terubahsuai
- OMEG** - Kumpulan Tak Tersirat Terubahsuai Okto
- OMEGSOR** - Pengenduran Berlebihan Berturut-Turut Kumpulan Tak Tersirat Terubahsuai Okto
- OMEGAOR** - Pengenduran Berlebihan Berpecutan Kumpulan Tak Tersirat Terubahsuai Okto
- OMEGTOR** - Pengenduran Berlebihan Dua Parameter Kumpulan Tak Tersirat Terubahsuai Okto
- OMEGAM** - Min Aritmetik Kumpulan Tak Tersirat Terubahsuai Okto
- OMEGAAM** - Min Aritmetik Berpecutan Kumpulan Tak Tersirat Terubahsuai
- OMEGTAM** - Min Aritmetik Dua Parameter Kumpulan Tak Tersirat Terubahsuai
- PDE** - Persamaan Terbitan Separa
- QSSOR** - Pengenduran Berlebihan Berturut-Turut Sapuan Suku
- QSAOR** - Pengenduran Berlebihan Berpecutan Sapuan Suku
- QSTOR** - Pengenduran Berlebihan Dua Parameter Sapuan Suku
- QSAM** - Min Aritmetik Sapuan Suku
- QSAAM** - Min Aritmetik Berpecutan Sapuan Suku
- QSTAM** - Min Aritmetik Dua Parameter Sapuan Suku
- SOR** - Pengenduran Berlebihan Berturut-Turut
- TAM** - Min Aritmetik Dua Parameter



UMS
UNIVERSITI MALAYSIA SABAH