

**FAMILI KAEDAH LELARAN KSOR BAGI
PENYELESAIAN BEZA TERHINGGA REDLICH-
KISTER DALAM MENYELESAIKAN MASALAH NILAI
SEMPADAN SATU MATRA**



MOHD NORFADLI BIN SUARDI

UMS

**TESIS INI DIKEMUKAKAN UNTUK MEMENUHI
SYARAT MEMPEROLEHI IJAZAH DOKTOR
FALSAFAH**

**FAKULTI SAINS DAN SUMBER ALAM
UNIVERSITI MALAYSIA SABAH
2023**

UNIVERSITI MALAYSIA SABAH

BORANG PENGESAHAN STATUS TESIS

JUDUL : **FAMILI KAEDAH LELARAN KSOR BAGI PENYELESAIAN BEZA TERHINGGA REDLICH-KISTER DALAM MENYELESAIKAN MASALAH NILAI SEMPADAN SATU MATRA**

IJAZAH : **DOKTOR FALSAFAH MATEMATIK**

BIDANG : **MATEMATIK**

Saya **MOHD NORFADLI SUARDI**, Sesi **2019-2023**, mengaku membenarkan tesis Doktor ini disimpan di Perpustakaan Universiti Malaysia Sabah dengan syarat-syarat kegunaan seperti berikut:-

1. Tesis ini adalah hak milik Universiti Malaysia Sabah
2. Perpustakaan Universiti Malaysia Sabah dibenarkan membuat salinan untuk tujuan pengajian sahaja.
3. Perpustakaan dibenarkan membuat salinan tesis ini sebagai bahan pertukaran antara institusi pengajian tinggi.
4. Sila tandakan (/):

SULIT

(Mengandungi maklumat yang berdarjah keselamatan atau kepentingan Malaysia seperti yang termaktub di dalam AKTA RAHSIA 1972)

TERHAD

(Mengandungi maklumat TERHAD yang telah ditentukan oleh organisasi/badan di mana penyelidikan dijalankan)

TIDAK TERHAD

Disahkan Oleh,

MOHD NORFADLI SUARDI
DS1911002T

(Tandatangan Pustakawan)

Tarikh : 07 April 2023

(Prof. Dr. Jumat Sulaiman)
Penyelia

PENAKUAN

Karya ini adalah hasil kerja saya sendiri kecuali nukilan, ringkasan dan rujukan yang tiap-tiap satunya telah dijelaskan sumbernya.

13 Disember 2023

Mohd Norfadli bin Suardi
DS1911002T



UMS
UNIVERSITI MALAYSIA SABAH

PENGESAHAN

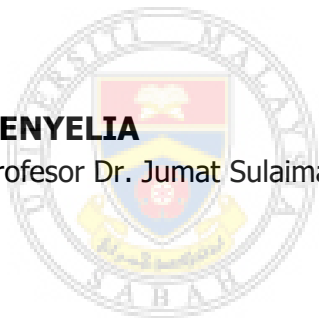
NAMA : **MOHD NORFADLI BIN SUARDI**
No. MATRIKS : **DS1911002T**
TAJUK : **FAMILI KAEDAH LELARAN KSOR BAGI
PENYELESAIAN BEZA TERHINGGA REDLICH-
KISTER DALAM MENYELESAIKAN MASALAH NILAI
SEMPADAN SATU MATRA**
IJAZAH : **DOKTOR FALSAFAH MATEMATIK**
BIDANG : **MATEMATIK**
TARIKH VIVA : **13 DISEMBER 2022**

DISAHKAN OLEH:

Tandatangan

PENYELIA

Profesor Dr. Jumat Sulaiman



UMS
UNIVERSITI MALAYSIA SABAH

PENGHARGAAN

Syukur kehadiran Allah S.W.T, pemilik segala ilmu pengetahuan dan rahsia segenap pelusuk alam yang telah mengurniakan nikmat masa dan tenaga yang mencukupi sehingga tesis ini berjaya disiapkan dengan jayanya. Selawat dan salam ke atas junjungan Nabi Muhammad S.A.W yang telah diutuskan sebagaimana rahmat untuk sekalian alam, juga ke atas keluarganya, para sahabat dan sekalian yang berjuang di atas nama Ilahi.

Saya ingin mengambil kesempatan mengucapkan ribuan terima kasih kepada Profesor Dr. Jumat Bin Sulaiman selaku penyelia saya sepanjang proses menyiapkan disertasi ini kerana beliau banyak memberi galakan dan sokongan dari segi semangat dan motivasi serta tidak jemu memberi tunjuk ajar ilmu yang berguna kepada saya. Pandangan dan idea beliau sangat membantu dan memberikan impak yang besar terhadap keseluruhan tesis ini.

Tidak lupa juga saya ingin memberi setinggi-tinggi penghargaan dan terima kasih kepada ahli keluarga saya terutamanya ibu bapa saya atas segala pengorbanan, sokongan, dorongan, bimbingan, nasihat dan bantuan dari segi kewangan sepanjang pengajian dan proses menyiapkan tesis ini. Selain itu, ucapan terima kasih juga saya tujukan kepada rakan seperjuangan saya di atas dorongan yang amat tiada nilainya dan sentiasa bersama saya sepanjang proses melengkapkan tesis ini.

Saya juga ingin mengucapkan terima kasih kepada semua pensyarah Universiti Malaysia Sabah dan rakan-rakan seperjuangan lain yang sedikit sebanyak membantu, berkongsi idea dan memberi sokongan moral dalam penulisan tesis ini. Begitu juga dengan orang sekeliling saya yang terlibat secara langsung mahupun tidak langsung dalam menyiapkan penulisan tesis ini. Jasa kalian amat saya hargai dan kenang sampai bila-bila. Semoga bantuan kalian akan menjadi amal dan mendapat balasan yang setimpal dari Allah S.W.T.

Mohd Norfadli bin Suardi

13 Disember 2023

ABSTRAK

Masalah nilai sempadan merupakan salah satu permasalahan yang seringkali digunakan dan diaplikasikan dalam menyelesaikan masalah dunia nyata yang berkaitan dengan bidang sains, fizik, ekonomi dan kejuruteraan. Pengaplikasian permasalahan kajian ini dapat dilihat dalam pemindahan dan penyerapan haba, penyebaran dalam media berliang, getaran struktur dan persamaan asas bagi atom. Justeru itu, penyelesaian berangka telah menjadi pendekatan yang digunakan oleh para penyelidik dalam menyelesaikan permasalahan kajian tersebut. Selari dengan itu, kajian ini mempertimbangkan penelitian ke atas keefisienan penggunaan skema pendiskretan beza terhingga Redlich-Kister (RKFD) bagi menyelesaikan masalah nilai sempadan iaitu masalah nilai sempadan dua titik, persamaan resapan dan persamaan telegraf. Dalam mencapai objektif kajian ini, persamaan penghampiran beza terhingga Redlich-Kister bagi permasalahan yang dipertimbangkan dirumuskan dengan menggunakan skema pendiskretan beza terhingga Redlich-Kister dan diaplikasikan bersama konsep sapuan penuh (FS), sapuan separuh (HS) dan sapuan suku (QS). Dengan mempertimbangkan sejumlah titik grid pada domain penyelesaian permasalahan kajian, persamaan penghampiran beza terhingga Redlich-Kister bagi ketiga-tiga jenis sapuan tersebut akan membentuk sistem persamaan linear (SPL) yang sepadanan. Hakikatnya, pekali matriks bagi SPL berkenaan bersifat jarang dan berskala besar, maka kajian ini mencadangkan famili kaedah lalaran Pengenduran Berlebihan Berturut-turut Kaudd Terubahsuai (MKSOR). Sementara itu, kajian ini juga memerihalkan analisis kestabilan dan penumpuan bagi persamaan penghampiran beza terhingga Redlich-Kister untuk kesemua permasalahan kajian yang dipertimbangkan yang mana menunjukkan ia stabil tanpa bersyarat. Bagi tujuan perbandingan, perumusan dan pelaksanaan bagi famili kaedah lalaran Gauss-Seidel (GS) dan Pengenduran Berlebihan Berturut-turut Kaudd (KSOR) juga dipertimbangkan dengan mengaplikasikan bersama konsep sapuan penuh, separuh dan suku bagi menyelesaikan SPL yang dijana. Disamping itu, kaedah lalaran GS sapuan penuh (FSGS) telah ditetapkan sebagai kaedah kawalan bagi famili kaedah lalaran GS, KSOR dan MKSOR. Sejajar dengan usaha mendemonstrasikan keefisienan ketiga-tiga famili kaedah lalaran tersebut, tiga contoh permasalahan bagi setiap permasalahan kajian telah dipilih dan dipertimbangkan. Berdasarkan keputusan berangka bagi ketiga-tiga famili kaedah lalaran yang direkodkan, famili kaedah lalaran MKSOR merupakan famili kaedah lalaran yang mempunyai keefisienan yang lebih baik dari segi bilangan lalaran dan masa lalaran berbanding dengan famili kaedah lalaran GS dan KSOR. Secara keseluruhannya, dapat disimpulkan bahawa kombinasi antara persamaan penghampiran beza terhingga Redlich-Kister dengan famili kaedah lalaran MKSOR yang sepadanan merupakan kombinasi mempunyai keefisienan yang lebih baik dari segi bilangan lalaran yang kecil dan masa lalaran yang pantas dalam menyelesaikan permasalahan yang dipertimbangkan berbanding dengan famili kaedah lalaran yang lain.

ABSTRACT

KSOR ITERATION FAMILY FOR THE REDLICH-KISTER FINITE DIFFERENCE SOLUTION OF ONE DIMENSIONAL BOUNDARY VALUE PROBLEMS

The boundary value problem is one of the problem that is often used and applied in solving real world problems related to the fields of science, physics, economics and engineering. Its application can be seen in transfer and absorption of heat, diffusion in porous media, structural vibration and fundamental equation of atomic. Therefore, numerical solutions have becomes the approach used by the researchers in solving this problems. In line with that, this study considering the efficiency the use of Redlich-Kister Finite Difference (RKFD) discretization scheme for solving one dimensional boundary value problems such as two-point boundary value problems, diffusion equation and telegraph equations. To achieve the objectives this study, the Redlich-Kister finite difference approximation equation for the proposed problems is formulated using the Redlich-Kister Finite Difference (RKFD) discretization scheme and applied with the concept of full-sweep (FS), half-sweep (HS) and quarter-sweep (QS). By considering a number of grid points in the solution domain of the proposed problems considered, the Redlich-Kister finite difference approximation equation of three types of sweep cases produces a corresponding linear system (SPL). Due to coefficient matrix of linear system which is extremely sparse and large, this study proposed the family of Modified Kaudd Over Relaxation (MKSOR) iterative method. Meanwhile, this study also discussed the stability and convergence analysis of Redlich-Kister finite difference for all the proposed problems considered which shows that it is unconditionally stable. For purpose of comparison, this study also considered the formulation and implementation for the family of Gauss-Seidel (GS) and Kaudd Over Relaxation (KSOR) iterative methods by applying together with the concept of full-, half- and quarter-sweep in solving a generated linear system. In addition, the full-sweep GS (FSGS) iterative method has been set up as control method for GS, KSOR and MKSOR iterations families. In line to demonstrate the efficiency of these iterative methods, three examples for each proposed problems are chosen and considered. Based on numerical results towards all these three iterative methods were recorded, the family of MKSOR iterative method is more efficient in term of number of iterations and computational time compared to the family of GS and KSOR. Overall, it can be concluded that the combination between the Redlich-Kister finite difference approximation equation and family of MKSOR iterative method is more efficient in term of lesser number of iterations and speed up the computational time in solving the proposed problems compared to other family of iterative methods.

SENARAI KANDUNGAN

	Halaman
TAJUK	i
PENGAKUAN	ii
PENGESAHAN	iii
PENGHARGAAN	iv
ABSTRAK	v
<i>ABSTRACT</i>	vi
SENARAI KANDUNGAN	vii
SENARAI JADUAL	xii
SENARAI RAJAH	xv
SENARAI ALGORITMA	xxi
SENARAI SIMBOL	xxii
SENARAI SINGKATAN	xxiii
SENARAI LAMPIRAN	xxvi
BAB 1: PENDAHULUAN	
1.1 Pengenalan	1
1.2 Pengenalan Persamaan Terbitan	2
1.2.1 Persamaan Terbitan Biasa	3
1.2.2 Persamaan Terbitan Separa	5
1.3 Masalah Nilai Sempadan Dua Titik	7
1.4 Persamaan Resapan Satu Matra	8
1.5 Persamaan Telegraf Satu Matra	9
1.6 Pemerihalan Konsep Kembangan Siri Taylor	9
1.7 Sistem Persamaan Linear	11
1.7.1 Pemerihalan Famili Kaedah Terus	12
1.7.2 Pemerihalan Famili Kaedah Lelaran	13
1.8 Pernyataan Permasalahan Kajian	16
1.9 Objektif Kajian	23
1.10 Skop Kajian	23
1.11 Organisasi Tesis	25

BAB 2: ULASAN LITERATUR

2.1	Pengenalan	28
2.2	Sorotan Kaedah Penyelesaian Bagi Masalah Nilai Sempadan	29
2.2.1	Kepelbagaian Kaedah Penyelesaian Bagi Masalah Nilai Sempadan Dua Titik	29
2.2.2	Kepelbagaian Kaedah Penyelesaian Bagi Persamaan Resapan Satu Matra	34
2.2.3	Kepelbagaian Kaedah Penyelesaian Bagi Persamaan Telegraf Satu Matra	38
2.3	Sorotan Aplikasi Polinomial Redlich-Kister Ke Atas Permasalahan Saintifik	41
2.4	Perkembangan Beza Terhingga Redlich-Kister	43
2.5	Perkembangan Kaedah Penyelesaian Bagi Sistem Persamaan Linear	46
2.5.1	Sorotan Kaedah Lelaran Gauss-Seidel	46
2.5.2	Sorotan Kaedah Lelaran Pengenduran Berlebihan Berturut-turut Kaudd	47
2.5.3	Sorotan Kaedah Lelaran Pengenduran Berlebihan Berturut-turut Kaudd Terubahsuai	49
2.6	Sorotan Kepelbagaian Lelaran Sapuan	50
2.6.1	Kaedah Lelaran Berkonsepkan Sapuan Penuh	50
2.6.2	Kaedah Lelaran Berkonsepkan Sapuan Separuh	51
2.6.3	Kaedah Lelaran Berkonsepkan Sapuan Suku	53
2.7	Rumusan dan Sorotan Kajian	55

BAB 3: PERUMUSAN BEZA TERHINGGA REDLICH-KISTER KE ATAS PERMASALAHAN KAJIAN

3.1	Pengenalan	57
3.2	Pemerihalan Pembinaan Rangkaian Grid	57
3.3	Skema Pendiskretan Beza Terhingga Redlich-Kister	61
3.4	Perumusan Penghampiran Beza Terhingga Redlich-Kister bagi Persamaan Nilai Sempadan Dua Titik	63
3.4.1	Perumusan Persamaan Penghampiran Beza Terhingga Redlich-Kister Sapuan Penuh bagi Persamaan Nilai	64

	Sempadan Dua Titik Satu Matra	
3.4.2	Perumusan Persamaan Penghampiran Beza Terhingga Redlich-Kister Sapuan Separuh bagi Persamaan Nilai Sempadan Dua Titik Satu Matra	67
3.4.3	Perumusan Persamaan Penghampiran Beza Terhingga Redlich-Kister Sapuan Suku bagi Persamaan Nilai Sempadan Dua Titik Satu Matra	70
3.4.4	Analisis Kestabilan Skema Beza Terhingga Redlich-Kister bagi Masalah Nilai Sempadan Dua Titik Satu Matra	73
3.5	Perumusan Penghampiran Beza Terhingga Redlich-Kister bagi Persamaan Resapan Satu Matra	79
3.5.1	Perumusan Persamaan Penghampiran Beza Terhingga Redlich-Kister Sapuan Penuh bagi Persamaan Resapan Satu Matra	81
3.5.2	Perumusan Persamaan Penghampiran Beza Terhingga Redlich-Kister Sapuan Separuh bagi Persamaan Resapan Satu Matra	84
3.5.3	Perumusan Persamaan Penghampiran Beza Terhingga Redlich-Kister Sapuan Suku bagi Persamaan Resapan Satu Matra	87
3.5.4	Analisis Kestabilan Skema Beza Terhingga Redlich-Kister bagi Persamaan Resapan Satu Matra	90
3.6	Perumusan Penghampiran Beza Terhingga Redlich-Kister bagi Persamaan Telegraf Satu Matra	96
3.6.1	Perumusan Persamaan Penghampiran Beza Terhingga Redlich-Kister Sapuan Penuh bagi Persamaan Telegraf Satu Matra	98
3.6.2	Perumusan Persamaan Penghampiran Beza Terhingga Redlich-Kister Sapuan Separuh bagi Persamaan Telegraf Satu Matra	100
3.6.3	Perumusan Persamaan Penghampiran Beza Terhingga Redlich-Kister Sapuan Suku bagi Persamaan Telegraf Satu Matra	103
3.6.4	Analisis Kestabilan Skema Beza Terhingga Redlich-Kister	106

	bagi Persamaan Resapan Satu Matra	
3.7	Penyelesaian Beza Terhingga Redlich-Kister Berlelar Ke Atas Sistem Persamaan Linear	113
3.7.1	Perumusan Famili Kaedah Lelaran Titik GS	114
3.7.2	Perumusan Famili Kaedah Lelaran Titik KSOR	116
3.7.3	Perumusan Famili Kaedah Lelaran Titik MKSOR	120
3.8	Famili Kaedah Lelaran Blok KSOR	123
3.8.1	Perumusan Famili Kaedah Lelaran Blok GS	124
3.8.2	Perumusan Famili Kaedah Lelaran Blok KSOR	126
3.8.3	Perumusan Famili Kaedah Lelaran Blok MKSOR	128
3.9	Rumus Pengiraan Bagi Peratusan Penurunan	131

BAB 4: KEPUTUSAN BERANGKA BAGI PENYELESAIAN

HAMPIRAN PERSAMAAN NILAI SEMPADAN DUA TITIK

4.1	Pengenalan	133
4.2	Pemerihalan Ujikaji Berangka Bagi Penyelesaian Masalah Nilai Sempadan Dua Titik	133
4.2.1	Pelaksanaan Lelaran Bagi Penyelesaian Beza Terhingga Redlich-Kister	134
4.2.2	Analisis Kekompleksan Pengiraan	161
4.3	Rumusan Perbincangan	162

BAB 5: KEPUTUSAN BERANGKA BAGI PENYELESAIAN

HAMPIRAN PERSAMAAN RESAPAN SATU MATRA

5.1	Pengenalan	165
5.2	Pemerihalan Ujikaji Berangka Bagi Penyelesaian Persamaan Resapan Satu Matra	165
5.2.1	Pelaksanaan Lelaran Bagi Penyelesaian Beza Terhingga Redlich-Kister	167
5.2.2	Analisis Kekompleksan Pengiraan	193
5.3	Rumusan Perbincangan	195

**BAB 6: KEPUTUSAN BERANGKA BAGI PENYELESAIAN
HAMPIRAN PERSAMAAN TELEGRAF SATU MATRA**

6.1	Pengenalan	197
6.2	Pemerihalan Ujikaji Berangka Bagi Penyelesaian Persamaan Telegraf Satu Matra	198
6.2.1	Pelaksanaan Lelaran Bagi Penyelesaian Beza Terhingga Redlich-Kister	199
6.2.2	Analisis Kekompleksan Pengiraan	225
6.3	Rumusan Perbincangan	227

BAB 7: KESIMPULAN DAN CADANGAN

7.1	Rumusan Dapatan Kajian	229
7.2	Sumbangan Kajian	231
7.3	Cadangan Penyelidikan Pada Masa Akan Datang	232

RUJUKAN

235

LAMPIRAN

255



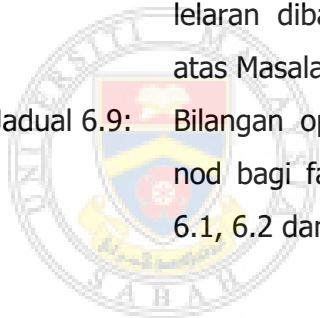
UMS
UNIVERSITI MALAYSIA SABAH

SENARAI JADUAL

	Halaman
Jadual 1.1: Jenis-jenis kaedah penyelesaian sistem persamaan linear	2
Jadual 4.1: Senarai kaedah lelaran yang dipertimbangkan bagi famili kaedah lelaran KSOR	136
Jadual 4.2: Perbandingan bilangan lelaran, masa lelaran dan ralat maksimum bagi famili kaedah lelaran titik GS, KSOR, dan MKSOR ke atas Masalah Ujikaji 4.1.	154
Jadual 4.3: Perbandingan bilangan lelaran, masa lelaran dan ralat maksimum bagi famili kaedah lelaran titik GS, KSOR, dan MKSOR ke atas Masalah Ujikaji 4.2	155
Jadual 4.4: Perbandingan bilangan lelaran, masa lelaran dan ralat maksimum bagi famili kaedah lelaran titik GS, KSOR, dan MKSOR ke atas Masalah Ujikaji 4.3	156
Jadual 4.5: Perbandingan bilangan lelaran, masa lelaran dan ralat maksimum bagi famili kaedah lelaran blok GS, KSOR, dan MKSOR ke atas Masalah Ujikaji 4.1.	157
Jadual 4.6: Perbandingan bilangan lelaran, masa lelaran dan ralat maksimum bagi famili kaedah lelaran blok GS, KSOR, dan MKSOR ke atas Masalah Ujikaji 4.2	158
Jadual 4.7: Perbandingan bilangan lelaran, masa lelaran dan ralat maksimum bagi famili kaedah lelaran blok GS, KSOR, dan MKSOR ke atas Masalah Ujikaji 4.3	159
Jadual 4.8: Peratusan penurunan bilangan lelaran bagi famili kaedah lelaran dibandingkan dengan kaedah lelaran FSGS ke atas masalah ujikaji 4.1, 4.2 dan 4.3	160
Jadual 4.9: Peratusan penurunan masa lelaran bagi famili kaedah lelaran dibandingkan dengan kaedah lelaran FSGS ke atas masalah ujikaji 4.1, 4.2 dan 4.3	160
Jadual 4.10: Bilangan operasi aritmetik per lelaran untuk satu titik nod bagi famili kaedah lelaran ke atas Masalah Ujikaji 4.1, 4.2 dan 4.3	163
Jadual 5.1: Perbandingan bilangan lelaran, masa lelaran dan ralat	186

	maksimum bagi famili kaedah lelaran titik GS, KSOR, dan MKSOR ke atas Masalah Ujikaji 5.1	
Jadual 5.2:	Perbandingan bilangan lelaran, masa lelaran dan ralat maksimum bagi famili kaedah lelaran titik GS, KSOR, dan MKSOR ke atas Masalah Ujikaji 5.2	187
Jadual 5.3:	Perbandingan bilangan lelaran, masa lelaran dan ralat maksimum bagi famili kaedah lelaran titik GS, KSOR, dan MKSOR ke atas Masalah Ujikaji 5.3	188
Jadual 5.4:	Perbandingan bilangan lelaran, masa lelaran dan ralat maksimum bagi famili kaedah lelaran blok GS, KSOR, dan MKSOR ke atas Masalah Ujikaji 5.1	189
Jadual 5.5:	Perbandingan bilangan lelaran, masa lelaran dan ralat maksimum bagi famili kaedah lelaran blok GS, KSOR, dan MKSOR ke atas Masalah Ujikaji 5.2	190
Jadual 5.6:	Perbandingan bilangan lelaran, masa lelaran dan ralat maksimum bagi famili kaedah lelaran blok GS, KSOR, dan MKSOR ke atas Masalah Ujikaji 5.3	191
Jadual 5.7:	Peraturan penurunan bilangan lelaran bagi famili kaedah lelaran dibandingkan dengan kaedah lelaran FSGS ke atas Masalah Ujikaji 5.1, 5.2 dan 5.3	192
Jadual 5.8:	Peraturan penurunan masa lelaran bagi famili kaedah lelaran dibandingkan dengan kaedah lelaran FSGS ke atas Masalah Ujikaji 5.1, 5.2 dan 5.3	192
Jadual 5.9:	Bilangan operasi aritmetik per lelaran untuk satu titik nod bagi famili kaedah lelaran ke atas masalah ujikaji 5.1, 5.2 dan 5.3	194
Jadual 6.1:	Perbandingan bilangan lelaran, masa lelaran dan ralat maksimum bagi famili kaedah lelaran titik GS, KSOR, dan MKSOR ke atas Masalah Ujikaji 6.1	218
Jadual 6.2:	Perbandingan bilangan lelaran, masa lelaran dan ralat maksimum bagi famili kaedah lelaran titik GS, KSOR, dan MKSOR ke atas Masalah Ujikaji 6.2	219
Jadual 6.3:	Perbandingan bilangan lelaran, masa lelaran dan ralat maksimum bagi famili kaedah lelaran titik GS, KSOR,	220

	dan MKSOR ke atas Masalah Ujikaji 6.3	
Jadual 6.4:	Perbandingan bilangan lelaran, masa lelaran dan ralat maksimum bagi famili kaedah lelaran blok GS, KSOR, dan MKSOR ke atas Masalah Ujikaji 6.1	221
Jadual 6.5:	Perbandingan bilangan lelaran, masa lelaran dan ralat maksimum bagi famili kaedah lelaran blok GS, KSOR, dan MKSOR ke atas Masalah Ujikaji 6.2	222
Jadual 6.6:	Perbandingan bilangan lelaran, masa lelaran dan ralat maksimum bagi famili kaedah lelaran blok GS, KSOR, dan MKSOR ke atas Masalah Ujikaji 6.3	223
Jadual 6.7:	Peraturan penurunan bilangan lelaran bagi famili kaedah lelaran dibandingkan dengan kaedah lelaran FSGS ke atas Masalah Ujikaji 6.1, 6.2 dan 6.3	224
Jadual 6.8:	Peraturan penurunan masa lelaran bagi famili kaedah lelaran dibandingkan dengan kaedah lelaran FSGS ke atas Masalah Ujikaji 6.1, 6.2 dan 6.3	224
Jadual 6.9:	Bilangan operasi aritmetik per lelaran untuk satu titik nod bagi famili kaedah lelaran ke atas masalah ujikaji 6.1, 6.2 dan 6.3	227



SENARAI RAJAH

	Halaman
Rajah 1.1: Kepelbagaian kaedah lelaran	15
Rajah 1.2: Kepelbagaian skema pendiskretan beza terhingga	18
Rajah 1.3: Ilustrasi penyelesaian permasalahan kajian yang diusulkan dengan konsep sapuan FS, HS dan QS.	20
Rajah 1.4: Klasifikasi umum terhadap kaedah lelaran yang dipertimbangkan	22
Rajah 1.5: Kerangka kajian yang dijalankan	27
Rajah 3.1: Rangkaian grid yang dipertimbangkan pada tiga paras masa	58
Rajah 3.2: Taburan titik nod seragam masalah nilai sempadan dua titik pada domain penyelesaian satu matra bagi kes sapuan a) penuh, b) separuh dan c) suku	59
Rajah 3.3: Taburan titik nod seragam persamaan resapan dan telegraf pada domain penyelesaian satu matra bagi kes sapuan a) penuh, b) separuh dan c) suku.	61
Rajah 3.4: Rangkaian tiga titik grid berkumpulan fungsi Redlich-Kister	62
Rajah 3.5: Carta aliran bagi famili lelaran titik GS	116
Rajah 3.6: Carta aliran bagi famili lelaran titik KSOR	119
Rajah 3.7: Carta aliran bagi famili lelaran titik MKSOR	122
Rajah 3.8: Rangkaian blok 4 titik pada domain penyelesaian satu matra bagi kes sapuan a) penuh, b) separuh dan c) suku pada $n = 32$	123
Rajah 3.9: Rangkaian blok 4 titik pada domain penyelesaian satu matra terhadap masa bagi kes sapuan a) penuh, b) separuh dan c) suku pada $n = 32$	124
Rajah 4.1: Perbandingan bilangan lelaran dengan skema beza terhingga Redlich-Kister ke atas Masalah Ujikaji (a) 4.1, (b) 4.2 dan (c) 4.3 bagi famili kaedah lelaran FSGS, HSGS dan QSGS	139
Rajah 4.2: Perbandingan masa lelaran dengan skema beza terhingga Redlich-Kister ke atas Masalah Ujikaji (a) 4.1, (b) 4.2 dan	140

	(c) 4.3 bagi famili kaedah lelaran FSGS, HSGS dan QSGS	
Rajah 4.3:	Perbandingan bilangan lelaran dengan skema beza sehingga Redlich-Kister ke atas Masalah Ujikaji (a) 4.1, (b) 4.2 dan (c) 4.3 bagi famili kaedah lelaran FSKSOR, HSKSOR dan QSKSOR	141
Rajah 4.4:	Perbandingan masa lelaran dengan skema beza sehingga Redlich-Kister ke atas Masalah Ujikaji (a) 4.1, (b) 4.2 dan (c) 4.3 bagi famili kaedah lelaran FSKSOR, HSKSOR dan QSKSOR	142
Rajah 4.5:	Perbandingan bilangan lelaran dengan skema beza sehingga Redlich-Kister ke atas Masalah Ujikaji (a) 4.1, (b) 4.2 dan (c) 4.3 bagi famili kaedah lelaran FSMKSOR, HSMKSOR dan QSMKSOR	143
Rajah 4.6:	Perbandingan masa lelaran dengan skema beza sehingga Redlich-Kister ke atas Masalah Ujikaji (a) 4.1, (b) 4.2 dan (c) 4.3 bagi famili kaedah lelaran FSMKSOR, HSMKSOR dan QSMKSOR	144
Rajah 4.7:	Perbandingan bilangan lelaran dengan skema beza sehingga Redlich-Kister ke atas Masalah Ujikaji (a) 4.1, (b) 4.2 dan (c) 4.3 bagi famili kaedah lelaran FS4EGGS, HS4EGGS dan QS4EGGS	145
Rajah 4.8:	Perbandingan masa lelaran dengan skema beza sehingga Redlich-Kister ke atas Masalah Ujikaji (a) 4.1, (b) 4.2 dan (c) 4.3 bagi famili kaedah lelaran FS4EGGS, HS4EGGS dan QS4EGGS	146
Rajah 4.9:	Perbandingan bilangan lelaran dengan skema beza sehingga Redlich-Kister ke atas Masalah Ujikaji (a) 4.1, (b) 4.2 dan (c) 4.3 bagi famili kaedah lelaran FS4EGKSOR, HS4EGKSOR dan QS4EGKSOR	147
Rajah 4.10:	Perbandingan masa lelaran dengan skema beza sehingga Redlich-Kister ke atas Masalah Ujikaji (a) 4.1, (b) 4.2 dan (c) 4.3 bagi famili kaedah lelaran FS4EGKSOR, HS4EGKSOR dan QS4EGKSOR	148
Rajah 4.11:	Perbandingan bilangan lelaran dengan skema beza	149

	terhingga Redlich-Kister ke atas Masalah Ujikaji (a) 4.1, (b) 4.2 dan (c) 4.3 bagi famili kaedah lelaran FS4EGMKSOR, HS4EGMKSOR dan QS4EGMKSOR	
Rajah 4.12:	Perbandingan masa lelaran dengan skema beza terhingga Redlich-Kister ke atas Masalah Ujikaji (a) 4.1, (b) 4.2 dan (c) 4.3 bagi famili kaedah lelaran FS4EGMKSOR, HS4EGMKSOR dan QS4EGMKSOR	150
Rajah 4.13:	Perbandingan (a) bilangan lelaran dan (b) masa lelaran bagi famili kaedah lelaran yang berasaskan pendekatan sapuan suku ke atas masalah ujikaji 4.1	151
Rajah 4.14:	Perbandingan (a) bilangan lelaran dan (b) masa lelaran bagi famili kaedah lelaran yang berasaskan pendekatan sapuan suku ke atas masalah ujikaji 4.2	152
Rajah 4.15:	Perbandingan (a) bilangan lelaran dan (b) masa lelaran bagi famili kaedah lelaran yang berasaskan pendekatan sapuan suku ke atas masalah ujikaji 4.3	153
Rajah 5.1:	Perbandingan bilangan lelaran dengan skema beza terhingga Redlich-Kister ke atas Masalah Ujikaji (a) 5.1, (b) 5.2 dan (c) 5.3 bagi famili kaedah lelaran FSGS, HSGS dan QSGS	171
Rajah 5.2:	Perbandingan masa lelaran dengan skema beza terhingga Redlich-Kister ke atas Masalah Ujikaji (a) 5.1, (b) 5.2 dan (c) 5.3 bagi famili kaedah lelaran FSGS, HSGS dan QSGS	172
Rajah 5.3:	Perbandingan bilangan lelaran dengan skema beza terhingga Redlich-Kister ke atas Masalah Ujikaji (a) 5.1, (b) 5.2 dan (c) 5.3 bagi famili kaedah lelaran FSKSOR, HSKSOR dan QSKSOR	173
Rajah 5.4:	Perbandingan masa lelaran dengan skema beza terhingga Redlich-Kister ke atas Masalah Ujikaji (a) 5.1, (b) 5.2 dan (c) 5.3 bagi famili kaedah lelaran FSKSOR, HSKSOR dan QSKSOR	174
Rajah 5.5:	Perbandingan bilangan lelaran dengan skema beza terhingga Redlich-Kister ke atas Masalah Ujikaji (a) 5.1, (b) 5.2 dan (c) 5.3 bagi famili kaedah lelaran FSMKSOR,	175

	HSMKSOR dan QSMKSOR	
Rajah 5.6:	Perbandingan masa lelaran dengan skema beza terhingga Redlich-Kister ke atas Masalah Ujikaji (a) 5.1, (b) 5.2 dan (c) 5.3 bagi famili kaedah lelaran FSMKSOR, HSMKSOR dan QSMKSOR	176
Rajah 5.7:	Perbandingan bilangan lelaran dengan skema beza terhingga Redlich-Kister ke atas Masalah Ujikaji (a) 5.1, (b) 5.2 dan (c) 5.3 bagi famili kaedah lelaran FS4EGGS, HS4EGGS dan QS4EGGS	177
Rajah 5.8:	Perbandingan masa lelaran dengan skema beza terhingga Redlich-Kister ke atas Masalah Ujikaji (a) 5.1, (b) 5.2 dan (c) 5.3 bagi famili kaedah lelaran FS4EGGS, HS4EGGS dan QS4EGGS	178
Rajah 5.9:	Perbandingan bilangan lelaran dengan skema beza terhingga Redlich-Kister ke atas Masalah Ujikaji (a) 5.1, (b) 5.2 dan (c) 5.3 bagi famili kaedah lelaran FS4EGKSOR, HS4EGKSOR dan QS4EGKSOR	179
Rajah 5.10:	Perbandingan masa lelaran dengan skema beza terhingga Redlich-Kister ke atas Masalah Ujikaji (a) 5.1, (b) 5.2 dan (c) 5.3 bagi famili kaedah lelaran FS4EGKSOR, HS4EGKSOR dan QS4EGKSOR	180
Rajah 5.11:	Perbandingan bilangan lelaran dengan skema beza terhingga Redlich-Kister ke atas Masalah Ujikaji (a) 5.1, (b) 5.2 dan (c) 5.3 bagi famili kaedah lelaran FS4EGMKSOR, HS4EGMKSOR dan QS4EGMKSOR	181
Rajah 5.12:	Perbandingan masa lelaran dengan skema beza terhingga Redlich-Kister ke atas Masalah Ujikaji (a) 5.1, (b) 5.2 dan (c) 5.3 bagi famili kaedah lelaran FS4EGMKSOR, HS4EGMKSOR dan QS4EGMKSOR	182
Rajah 5.13:	Perbandingan (a) bilangan lelaran dan (b) masa lelaran bagi famili kaedah lelaran yang berasaskan pendekatan sapuan suku ke atas masalah ujikaji 5.1	183
Rajah 5.14:	Perbandingan (a) bilangan lelaran dan (b) masa lelaran bagi famili kaedah lelaran yang berasaskan pendekatan	184

	sapuan suku ke atas masalah ujikaji 5.2	
Rajah 5.15:	Perbandingan (a) bilangan lelaran dan (b) masa lelaran bagi famili kaedah lelaran yang berasaskan pendekatan sapuan suku ke atas masalah ujikaji 5.3	185
Rajah 6.1:	Perbandingan bilangan lelaran dengan skema beza sehingga Redlich-Kister ke atas Masalah Ujikaji (a) 6.1, (b) 6.2 dan (c) 6.3 bagi famili kaedah lelaran FSGS, HSGS dan QSGS	203
Rajah 6.2:	Perbandingan masa lelaran dengan skema beza sehingga Redlich-Kister ke atas Masalah Ujikaji (a) 6.1, (b) 6.2 dan (c) 6.3 bagi famili kaedah lelaran FSGS, HSGS dan QSGS	204
Rajah 6.3:	Perbandingan bilangan lelaran dengan skema beza sehingga Redlich-Kister ke atas Masalah Ujikaji (a) 6.1, (b) 6.2 dan (c) 6.3 bagi famili kaedah lelaran FSKSOR, HSKSOR dan QSKSOR	205
Rajah 6.4:	Perbandingan masa lelaran dengan skema beza sehingga Redlich-Kister ke atas Masalah Ujikaji (a) 6.1, (b) 6.2 dan (c) 6.3 bagi famili kaedah lelaran FSKSOR, HSKSOR dan QSKSOR	206
Rajah 6.5:	Perbandingan bilangan lelaran dengan skema beza sehingga Redlich-Kister ke atas Masalah Ujikaji (a) 6.1, (b) 6.2 dan (c) 6.3 bagi famili kaedah lelaran FSMKSOR, HSMKSOR dan QSMKSOR	207
Rajah 6.6:	Perbandingan masa lelaran dengan skema beza sehingga Redlich-Kister ke atas Masalah Ujikaji (a) 6.1, (b) 6.2 dan (c) 6.3 bagi famili kaedah lelaran FSMKSOR, HSMKSOR dan QSMKSOR	208
Rajah 6.7:	Perbandingan bilangan lelaran dengan skema beza sehingga Redlich-Kister ke atas Masalah Ujikaji (a) 6.1, (b) 6.2 dan (c) 6.3 bagi famili kaedah lelaran FS4EGGS, HS4EGGS dan QS4EGGS	209
Rajah 6.8:	Perbandingan masa lelaran dengan skema beza sehingga Redlich-Kister ke atas Masalah Ujikaji (a) 6.1, (b) 6.2 dan (c) 6.3 bagi famili kaedah lelaran FS4EGGS, HS4EGGS dan	210

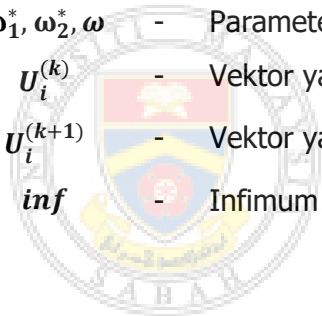
	QS4EGGS	
Rajah 6.9:	Perbandingan bilangan lelaran dengan skema beza sehingga Redlich-Kister ke atas Masalah Ujikaji (a) 6.1, (b) 6.2 dan (c) 6.3 bagi famili kaedah lelaran FS4EGKSOR, HS4EGKSOR dan QS4EGKSOR	211
Rajah 6.10:	Perbandingan masa lelaran dengan skema beza sehingga Redlich-Kister ke atas Masalah Ujikaji (a) 6.1, (b) 6.2 dan (c) 6.3 bagi famili kaedah lelaran FS4EGKSOR, HS4EGKSOR dan QS4EGKSOR	212
Rajah 6.11:	Perbandingan bilangan lelaran dengan skema beza sehingga Redlich-Kister ke atas Masalah Ujikaji (a) 6.1, (b) 6.2 dan (c) 6.3 bagi famili kaedah lelaran FS4EGMKSOR, HS4EGMKSOR dan QS4EGMKSOR	213
Rajah 6.12:	Perbandingan masa lelaran dengan skema beza sehingga Redlich-Kister ke atas Masalah Ujikaji (a) 6.1, (b) 6.2 dan (c) 6.3 bagi famili kaedah lelaran FS4EGMKSOR, HS4EGMKSOR dan QS4EGMKSOR	214
Rajah 6.13:	Perbandingan (a) bilangan lelaran dan (b) masa lelaran bagi famili kaedah lelaran yang berasaskan pendekatan sapuan suku ke atas masalah ujikaji 6.1	215
Rajah 6.14:	Perbandingan (a) bilangan lelaran dan (b) masa lelaran bagi famili kaedah lelaran yang berasaskan pendekatan sapuan suku ke atas masalah ujikaji 6.2	216
Rajah 6.15:	Perbandingan (a) bilangan lelaran dan (b) masa lelaran bagi famili kaedah lelaran yang berasaskan pendekatan sapuan suku ke atas masalah ujikaji 6.3	217

SENARAI ALGORITMA

	Halaman
Algoritma 3.1: Skema Kaedah Lelaran Titik GS Sapuan Penuh	115
Algoritma 3.2: Skema Kaedah Lelaran Titik GS Sapuan Separuh	115
Algoritma 3.3: Skema Kaedah Lelaran Titik GS Sapuan Suku	115
Algoritma 3.4: Skema Kaedah Lelaran Titik KSOR Sapuan Penuh	118
Algoritma 3.5: Skema Kaedah Lelaran Titik KSOR Sapuan Separuh	118
Algoritma 3.6: Skema Kaedah Lelaran Titik KSOR Sapuan Suku	118
Algoritma 3.7: Skema Kaedah Lelaran Titik MKSOR Sapuan Penuh	120
Algoritma 3.8: Skema Kaedah Lelaran Titik MKSOR Sapuan Separuh	121
Algoritma 3.9: Skema Kaedah Lelaran Titik MKSOR Sapuan Suku	121
Algoritma 3.10: Skema Kaedah Lelaran Blok GS Sapuan Penuh	125
Algoritma 3.11: Skema Kaedah Lelaran Blok GS Sapuan Separuh	126
Algoritma 3.12: Skema Kaedah Lelaran Blok GS Sapuan Suku	126
Algoritma 3.13: Skema Kaedah Lelaran Blok KSOR Sapuan Penuh	127
Algoritma 3.14: Skema Kaedah Lelaran Blok KSOR Sapuan Separuh	128
Algoritma 3.15: Skema Kaedah Lelaran Blok KSOR Sapuan Suku	128
Algoritma 3.16: Skema Kaedah Lelaran Blok MKSOR Sapuan Penuh	130
Algoritma 3.17: Skema Kaedah Lelaran Blok MKSOR Sapuan Separuh	130
Algoritma 3.18: Skema Kaedah Lelaran Blok MKSOR Sapuan Suku	131

SENARAI SIMBOL

E, F, G	-	Fungsi nilai nyata
ξ	-	Faktor implikasi
h	-	Saiz subselang
ε	-	Ralat toleransi
n	-	Saiz grid
$n - 1$	-	Bilangan titik nod kedalaman dalam penyelesaian domain
Δt	-	Tokokan pada masa, t
$T_k(x)$	-	Fungsi Redlich-Kister
$U(x)$	-	Fungsi penghampiran Redlich-Kister
$N_k(x)$	-	Fungsi bentuk Redlich-Kister
$U(x_0)$	-	Sempadan sebelah kiri
$U(x_n)$	-	Sempadan sebelah kanan
$\omega_1^*, \omega_2^*, \omega$	-	Parameter pemberat
$U_i^{(k)}$	-	Vektor yang tidak diketahui pada lelaran k
$U_i^{(k+1)}$	-	Vektor yang tidak diketahui pada lelaran $k + 1$
inf	-	Infimum



UMS
UNIVERSITI MALAYSIA SABAH

SENARAI SINGKATAN

1D	- Satu Matra	One Dimensional
ADI	- Tersirat Arah Berselang-Seli	Alternating Direction Implicit
ADM	- Kaedah Penguraian Adomian	Adomian Decomposition Method
AGE	- Tak Tersirat Berkumpulan Berselang-Seli	Alternating Group Explicit
AM	- Min Aretmatik	Arithmetic Mean
AOR	- Pengenduran Berlebihan Berpecutan	Accelaration Over Relaxation
BTCS	- Beza Belakang Masa Dan Pusatan Ruang	Back Time Centered Space
CN	- Crank-Nicolson	Crank-Nicolson
EDG	- Kumpulan Tak Tersirat Nyahpasangan	Explicit Decoupled Group
FDM	- Kaedah Beza Terhingga	Finite Difference Method
FEM	- Kaedah Unsur Terhingga	Finite Element Method
FSGS	- Gauss-Seidel Sapuan Penuh	Full Sweep Gauss-Seidel
FSKSOR	- Pengenduran Berlebihan Berturut-turut Kaudd Sapuan Penuh	Full Sweep Kaudd Successive Over Relaxation
FSMKSOR	- Pengenduran Berlebihan Berturut-turut Terubahsuai Sapuan Penuh	Full Sweep Modified Kaudd Successive Over Relaxation
FTCS	- Beza Depan Masa Dan Pusatan Ruang	Forward Time Centered Space
GS	- Gauss-Seidel	Gauss-Seidel
GSSOR	- SOR simetri teritlak	Generalized Symmetric SOR
HPM	- Kaedah Usikan Homotopi	Homotopy Perturbation Method
HPTM	- Kaedah Jelmaan Usikan Homotopi	Homotopy Perturbation Transform Method
HSAM	- Min Aritmetik Sapuan Separuh	Half Sweep Arithmetic Mean