

**KEEFISIENAN PENGIRAAN BAGI FAMILI
KAEDAH LELARAN BLOK SOR DENGAN SKEMA
PENDISKRETAN BEZA TERHINGGA CAPUTO
KE ATAS MASALAH NILAI SEMPADAN DUA
TITIK PERINGKAT PECAHAN**

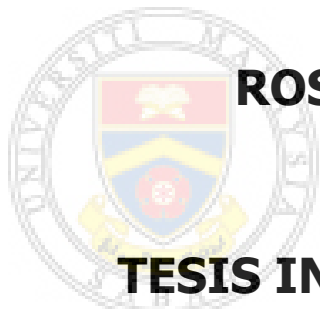


ROSTANG BIN RAHMAN

UMS
UNIVERSITI MALAYSIA SABAH

**FAKULTI SAINS DAN SUMBER ALAM
UNIVERSITI MALAYSIA SABAH
2020**

**KEEFISIENAN PENGIRAAN BAGI FAMILI
KAEDAH LELARAN BLOK SOR DENGAN
SKEMA PENDISKRETAN BEZA TERHINGGA
CAPUTO KE ATAS MASALAH NILAI
SEMPADAN DUA TITIK PERINGKAT
PECAHAN**



ROSTANG BIN RAHMAN

**TESIS INI DIKEMUKAKAN UNTUK
MEMENUHI SYARAT MEMPEROLEH
IJAZAH SARJANA SAINS**

**FAKULTI SAINS DAN SUMBER ALAM
UNIVERSITI MALAYSIA SABAH
2020**

UNIVERSITI MALAYSIA SABAH

BORANG PENGESAHAN TESIS

JUDUL : _____

IJAZAH : _____

SAYA : _____ SESI PENGAJIAN : _____
(HURUF BESAR)

Mengaku membenarkan tesis *(LPSM/Sarjana/Doktor Falsafah) ini disimpan di Perpustakaan Universiti Malaysia Sabah dengan syarat-syarat kegunaan seperti berikut:-

1. Tesis adalah hak milik Universiti Malaysia Sabah.
2. Perpustakaan Universiti Malaysia Sabah dibenarkan membuat salinan untuk tujuan pengajian sahaja.
3. Perpustakaan dibenarkan membuat salinan tesis ini sebagai bahan pertukaran antara institusi pengajian tinggi.
4. Sila tandakan (/)

SULIT (Mengandungi maklumat yang berdarjah keselamatan atau kepentingan Malaysia seperti yang termaktub di AKTA RAHSIA RASMI 1972)

TERHAD (Mengandungi maklumat TERHAD yang telah ditentukan oleh organisasi/badan di mana penyelidikan dijalankan)

TIDAK TERHAD

Disahkan oleh:

(TANDATANGAN PENULIS)

(TANDATANGAN PUSTAKAWAN)

Alamat Tetap: _____

(NAMA PENYELIA)

TARIKH: _____

TARIKH: _____

Catatan:

*Potong yang tidak berkenaan.

*Jika tesis ini SULIT dan TERHAD, sila lampirkan surat daripada pihak berkuasa/organisasi berkenaan dengan menyatakan sekali sebab dan tempoh tesis ini perlu dikelaskan sebagai SULIT dan TERHAD.

*Tesis dimaksudkan sebagai tesis bagi Ijazah Doktor Falsafah dan Sarjana Secara Penyelidikan atau disertai bagi pengajian secara kerja kursus dan Laporan Projek Sarjana Muda (LPSM).

PENGAKUAN

Saya akui karya ini adalah hasil kerja saya sendiri kecuali nukilan dan ringkasan yang setiap satunya telah dijelaskan sumbernya.

18 Februari 2020

ROSTANG BIN RAHMAN
MS1721054T



UMS
UNIVERSITI MALAYSIA SABAH

PENGESAHAN

NAMA : ROSTANG BIN RAHMAN
NO MATRIK : MS1721054T
TAJUK : KEEFISIENAN PENGIRAAN BAGI FAMILI KAEDAH
LELARAN BLOK SOR DENGAN SKEMA
PENDISKRETAN BEZA TERHINGGA CAPUTO KE ATAS
MASALAH NILAI SEMPADAN DUA TITIK PERINGKAT
PECAHAN
IJAZAH : SARJANA SAINS
BIDANG : MATEMATIK
TARIKH VIVA : 29 NOVEMBER 2019

DISAHKAN OLEH;

PENYELIAAN TUNGGAL

PENYELIA

Tandatangan

Prof. Madya Dr. Jumat Sulaiman



UMS
UNIVERSITI MALAYSIA SABAH

PENGHARGAAN

Terlebih dahulu saya panjatkan kesyukuran kepada Allah S.W.T kerana dengan limpah dan kurnianya, akhirnya saya dapat menyiapkan tesis ini dengan jayanya. Saya ingin mengucapkan ribuan terima kasih dan setinggi-tinggi penghargaan kepada semua pihak yang telah menjadi tulang belakang sepanjang saya menyiapkan kajian ini.

Penghargaan yang tidak terhingga kepada penyelia utama saya iaitu Prof. Madya Dr. Jumat Sulaiman yang sudi memberi tunjuk ajar dan bimbingan selain banyak memberi sokongan dan motivasi sepanjang menyiapkan kajian ini.

Di samping itu, sekalung terima kasih diucapkan kepada ahli keluarga saya terutamanya ayahanda saya Rahman Bundu dan ibunda Samsuria Abdul Yusup yang telah menyediakan segala keperluan bagi memudahkan saya menyiapkan kajian ini serta memberikan sokongan dan motivasi.

Saya ingin merakamkan setinggi-tinggi penghargaan kepada rakan-rakan seperjuangan saya iaitu Eng Jeng Hong, Nur Afza Mat Ali, Nur Farah Azira, Labiyana, Nurasyidah, Nurul Afiqah Basran dan Mohd Norfadli Suardi kerana telah memberi tunjuk ajar dan sanggup membantu terutama ketika menghadapi kesulitan sepanjang kajian ini. Tidak lupa juga penghargaan kepada pihak UMS kerana telah memberi geran penyelidikan iaitu UMSGreat GUG0227-1/2018. Segala jasa baik yang telah dicurahkan adalah sangat dihargai dan akan dikenang selamanya.

Tanpa sokongan dan pertolongan daripada semua pihak dalam mengatasi semua cabaran dan rintangan ini maka tidak sempurnalah kajian ini.

ROSTANG RAHMAN

18 Februari 2020

ABSTRAK

Persamaan terbitan biasa peringkat pecahan telah menjadi tumpuan di kalangan penyelidik untuk memperihalkan pelbagai masalah yang berkaitan dengan sains, ekonomi dan kejuruteraan. Oleh itu, permasalahan yang dipertimbangkan dalam kajian ini adalah masalah nilai sempadan dua titik peringkat pecahan menerusi persamaan terbitan biasa pecahan-tunggal dan ganda-dua. Untuk menyelesaikan permasalahan kajian yang dipertimbangkan, terdapat beberapa kaedah berangka yang telah digunakan berdasarkan kajian sebelum ini seperti kaedah unsur terhingga, kaedah beza terhingga, dan kaedah isi padu terhingga. Berpandukan kepada sorotan kajian terdahulu, kaedah beza terhingga merupakan salah satu kaedah seringkali digunakan dalam kaedah berangka untuk menyelesaikan permasalahan persamaan terbitan biasa peringkat pecahan. Justeru itu, permasalahan kajian ini telah didiskretkan dengan menggunakan kaedah beza terhingga dan skema pengoperasi terbitan Caputo untuk mendapatkan persamaan penghampiran beza terhingga Caputo yang sepadan bagi kes sapuan penuh, separuh, dan suku dan kemudiannya membentuk sistem persamaan linear yang sepadan. Seterusnya ciri-ciri matriks pekali bagi sistem persamaan linear yang telah dibentuk adalah bersifat jarang dan berskala besar. Untuk mendapatkan penyelesaian hampiran bagi sistem linear tersebut, kaedah lelaran dipertimbangkan sebagai kaedah penyelesaian yang mana kaedah yang dipertimbangkan ialah famili kaedah lelaran Gauss-Seidel (GS), kaedah lelaran titik pengenduran berlebihan berturut-turut (SOR), dan kaedah lelaran blok khususnya 4-titik Kumpulan Tak Tersirat pengenduran berlebihan berturut-turut (4EGSOR) dan dilaksanakan bersama-sama dengan pendekatan konsep sapuan penuh, separuh dan suku. Sejajar dengan usaha untuk mendemonstrasikan kecekapan pengiraan bagi ketiga-tiga famili kaedah lelaran tersebut, tiga contoh permasalahan kajian bagi setiap persamaan terbitan biasa peringkat pecahan yang telah dipertimbangkan. Berdasarkan keputusan ujian berangka yang diperolehi telah menunjukkan bahawa kaedah lelaran blok merupakan kaedah lelaran yang lebih cekap berbanding dengan kaedah lelaran titik apabila kriteria bilangan lelaran dan masa lelaran dipertimbangkan. Seterusnya, keputusan berangka bagi ketiga-tiga kaedah lelaran sapuan tersebut telah menunjukkan bahawa pelaksanaan kaedah lelaran sapuan suku (QS) merupakan kaedah lelaran yang lebih cekap berbanding dengan kaedah lelaran sapuan penuh (FS) dan sapuan separuh (HS) dalam menyelesaikan kedua-dua permasalahan persamaan terbitan biasa tersebut. Walau bagaimanapun, secara keseluruhannya kaedah lelaran QS4EGSOR adalah yang lebih cekap dari segi bilangan dan masa lelaran dalam menyelesaikan permasalahan persamaan terbitan biasa pecahan-tunggal dan pecahan-ganda dua.

ABSTRACT

EFFICIENCY OF CALCULATION FAMILY BLOCK SOR ITERATIVE METHOD WITH CAPUTO'S SCHEME TO SOLVE THE FRACTIONAL TWO POINT BOUNDARY VALUE PROBLEMS

The ordinary differential equation has become a focus among researchers to explain various problems related to science, economics and engineering. Therefore, the problems considered in this study are the fractional order two-point boundary value problem via the single-fractional and double-fractional ordinary differential equation. To solve these problems being considered, there are several methods that have been used based on previous studies such as the finite element method, finite difference method, and finite volume method. Based on the previous studies, finite difference method is one of the most frequently used in numerical methods to solve the fractional order ordinary differential equation problems. Because of that, the proposed problems of this study have been discretized by using the finite different method together with the Caputo's derivative operator scheme to generate the corresponding Caputo finite difference approximation equations in cases of full-, half- and quarter-sweep through then to form the corresponding linear system. Furthermore, the characteristics of the coefficient matrix of the linear system has large scale and sparse. In order to obtain an approximation of the solution linear systems, iterative methods have been considered as a linear solver where the iterative method considered namely the family of Gauss-Seidel (GS) iterative methods, family of Successive Over Relaxation (SOR) iterative methods and family of 4-point Explicit Group Successive Over Relaxation (4EGSOR) iterative methods in which these iterative families have been also implemented together with the concept of full-, half- and quarter-sweep iteration. In order to demonstrate the computational efficiency of the family iterative methods, three examples of proposed problems for each differential equation have been considered. Based on the numerical results obtained, it has been shown that the block iterative methods are more efficient than the point iterative methods in terms of the number of iterations and computational time. Furthermore, numerical results for these three sweep iterative methods have shown that the implementation of the quarter-sweep (QS) iterative method is the most efficient iterative method as compared with the full-sweep (FS) and halfway (HS) iterative methods in solving both ordinary differential equations. Based on the numerical result, we can conclude the QS4EGSOR iterative method is the most efficient iterative method in terms of the number iterations and computational time in solving the single-fractional and double-fractional ordinary differential equations.

SENARAI KANDUNGAN

	Halaman
TAJUK	i
PENGAKUAN	ii
PENGESAHAN	iii
PENGHARGAAN	iv
ABSTRAK	v
ABSTRACT	vi
SENARAI KANDUNGAN	vii
SENARAI JADUAL	x
SENARAI RAJAH	xiii
SENARAI SINGKATAN	xiv
SENARAI ISTILAH	xv
SENARAI SIMBOL	xvi
SENARAI ALGORITMA	xvii
SENARAI LAMPIRAN	xviii
BAB 1 PENDAHULUAN	1
1.1 Pengenalan	1
1.2 Kepelbagaian Persamaan Terbitan Biasa	2
1.2.1 Persamaan Terbitan Biasa Peringkat Pecahan	5
1.3 Masalah Nilai Sempadan Dua Titik Peringkat Pecahan	6
1.4 Pemerihalan Konsep Matematik Asas	8
1.4.1 Kembangan Siri Taylor	8
1.4.2 Kalkulus Pecahan	11
1.5 Sistem Persamaan Linear	13
1.5.1 Kaedah Terus	15
1.5.2 Kaedah Lelaran	15
1.6 Latar Belakang Permasalahan Kajian	16
1.7 Objektif Kajian	19
1.8 Skop Kajian	20
1.9 Susunan Tesis	21
BAB 2 SOROTAN KAJIAN TERDAHULU	23
2.1 Pengenalan	23
2.2 Kaedah Penyelesaian Bagi Masalah Nilai Sempadan Dua Titik Peringkat Pecahan	24
2.3 Perkembangan Kaedah Penyelesaian Bagi Persamaan Terbitan Biasa Peringkat Pecahan	26
2.4 Perkembangan Famili Kaedah Beza Terhingga	27
2.5 Perkembangan Kaedah Lelaran	29
2.5.1 Kaedah Lelaran Gauss-Seidel	30
2.5.2 Kaedah Lelaran Pengenduran Berlebihan Berturut-turut	31
2.5.3 Kaedah Lelaran Kumpulan Tak Tersirat Pengenduran Berlebihan Berturut-turut	32

2.6	Asas Kriteria Penumpuan Kaedah Lelaran	33
2.7	Analisis Kadar Penumpuan	35
BAB 3	RUMUSAN PENGHAMPIRAN BEZA TERHINGGA CAPUTO	37
3.1	Pengenalan	37
3.2	Pengenalan Skema Pendiskretan Beza Terhingga Pusatan Pelbagai Sapuan	39
3.3	Pengoperasi Terbitan Pecahan	40
	3.3.1 Skema Pengoperasi Rieman-Liouville	41
	3.3.2 Skema Pengoperasian Caputo	42
	3.3.2 Skema Pengoperasian Grünwald	44
3.4	Rumusan Persamaan Penghampiran Beza Terhingga Caputo Bagi Pecahan-Tunggal	46
	3.4.1 Rumusan Persamaan Penghampiran Beza Terhingga Caputo Pecahan-Tunggal Sapuan Penuh	47
	3.4.2 Rumusan Persamaan Penghampiran Beza Terhingga Caputo Pecahan-Tunggal Sapuan Separuh	50
	3.4.3 Rumusan Persamaan Penghampiran Beza Terhingga Caputo Pecahan-Tunggal Sapuan Suku	52
3.5	Rumusan Persamaan Penghampiran Beza Terhingga Caputo Bagi Pecahan-Ganda Dua	54
	3.5.1 Rumusan Persamaan Penghampiran Beza Terhingga Caputo Pecahan-Ganda Dua Sapuan Penuh	55
	3.5.2 Rumusan Persamaan Penghampiran Beza Terhingga Caputo Pecahan-Ganda Dua Sapuan Separuh	58
	3.5.3 Rumusan Persamaan Penghampiran Beza Terhingga Caputo Pecahan-Ganda Dua Sapuan Suku	60
3.6	Penyelesaian Berlelar Bagi Sistem Persamaan Linear Caputo Famili Kaedah Lelaran Titik dan Blok	62
	3.6.1 Pembangunan Algoritma Bagi Famili Lelaran GS	63
	3.6.2 Pembangunan Algoritma Bagi Famili Lelaran SOR	67
	3.6.3 Pembangunan Algoritma Bagi Famili Lelaran 4EGSOR	69
BAB 4	PENYELESAIAN BEZA TERHINGGA CAPUTO BAGI MASALAH NILAI SEMPADAN DUA TITIK PERINGKAT PECAHAN-TUNGGAL	75
4.1	Pengenalan	75
4.2	Pemerihalan Ujian Berangka Bagi Masalah Nilai Sempadan Dua Titik Peringkat Pecahan-Tunggal	75
	4.2.1 Pelaksanaan Lelaran Bagi Penyelesaian Beza Terhingga Caputo	77
	A. Persamaan Penghampiran Beza Terhingga Caputo Pecahan-Tunggal Dengan Famili Kaedah Lelaran	77
	B. Keputusan Ujian Berangka Dan Perbincangan	78
	4.2.2 Analisis Kekompleksan Pengiraan	104
4.3	Rumusan Perbincangan	108

BAB 5	PENYELESAIAN BEZA TERHINGGA CAPUTO BAGI MASALAH NILAI SEMPADAN DUA TITIK PERINGKAT PECAHAN-GANDA DUA	109
5.1	Pengenalan	109
5.2	Pemerihalan Ujian Berangka Bagi Masalah Nilai Sempadan Dua Titik Peringkat Pecahan-Ganda Dua	109
5.2.1	Pelaksanaan Lelaran Bagi Penyelesaian Beza Terhingga Caputo	111
A.	Persamaan Penghampiran Beza Terhingga Caputo Pecahan-Ganda dua Dengan Famili Kaedah Lelaran	111
B.	Keputusan Ujian Berangka Dan Perbincangan	112
5.2.2	Analisis Kekompleksan Pengiraan	137
5.3	Rumusan Perbincangan	140
BAB 6	KESIMPULAN DAN CADANGAN	141
6.1	Rumusan Dapatan Kajian	141
6.2	Sumbangan Kajian	142
6.3	Cadangan Kajian Lanjutan	143
RUJUKAN		144
LAMPIRAN		152



UMS
UNIVERSITI MALAYSIA SABAH

SENARAI JADUAL

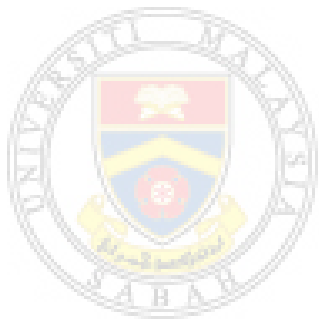
	Halaman
Jadual 1.1: Persamaan tak linear	4
Jadual 1.2: Contoh persamaan terbitan pecahan	6
Jadual 3.1: Rumusan Skema Pengoperasi Terbitan Pecahan	46
Jadual 3.2: Titik Nod Pada Domain Penyelesaian	47
Jadual 4.1: Keputusan pengiraan bagi kaedah lelaran FSGS untuk menyelesaikan Masalah 4.1.	80
Jadual 4.2: Keputusan pengiraan bagi kaedah lelaran FSGS untuk menyelesaikan Masalah 4.2.	82
Jadual 4.3: Keputusan pengiraan bagi kaedah lelaran FSGS untuk menyelesaikan Masalah 4.3.	84
Jadual 4.4: Perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah lelaran terhadap tiga parameter β ke atas Masalah 4.1.	88
Jadual 4.5: Perbandingan masa lelaran bagi famili kaedah lelaran terhadap tiga parameter β ke atas Masalah 4.1.	89
Jadual 4.6: Perbandingan Ralat Maksimum bagi famili kaedah lelaran terhadap tiga parameter β ke atas Masalah 4.1.	90
Jadual 4.7: Perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah lelaran terhadap tiga parameter β ke atas Masalah 4.2.	93
Jadual 4.8: Perbandingan masa lelaran bagi famili kaedah lelaran terhadap tiga parameter β ke atas Masalah 4.2.	94
Jadual 4.9: Perbandingan Ralat Maksimum bagi famili kaedah lelaran terhadap tiga parameter β ke atas Masalah 4.2.	95
Jadual 4.10: Perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah lelaran terhadap tiga parameter β ke atas Masalah 4.3.	98
Jadual 4.11: Perbandingan masa lelaran bagi famili kaedah lelaran terhadap tiga parameter β bagi Masalah 4.3.	99
Jadual 4.12: Perbandingan Ralat Maksimum bagi famili kaedah lelaran terhadap tiga parameter β bagi Masalah 4.3.	100
Jadual 4.13: Peratusan penurunan bilangan lelaran bagi famili kaedah lelaran dibandingkan dengan kaedah lelaran FSGS ke atas Masalah 4.1, 4.2, dan 4.3.	101
Jadual 4.14: Peratusan penurunan masa lelaran bagi famili kaedah lelaran dibandingkan dengan kaedah lelaran FSGS ke atas Masalah 4.1, 4.2, dan 4.3.	102
Jadual 4.15: Bilangan operasi aritmetik per lelaran bagi famili kaedah lelaran ke atas Masalah 4.1-4.3.	106
Jadual 5.1: Keputusan pengiraan bagi kaedah lelaran FSGS untuk menyelesaikan Masalah 5.1.	114
Jadual 5.2: Keputusan pengiraan bagi kaedah lelaran FSGS untuk menyelesaikan Masalah 5.2.	116

Jadual 5.3: Keputusan pengiraan bagi kaedah lelaran FSGS untuk menyelesaikan Masalah 5.3.	118
Jadual 5.4: Perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah lelaran terhadap tiga parameter α dan β bagi Masalah 5.1.	122
Jadual 5.5: Perbandingan masa lelaran bagi famili kaedah lelaran terhadap tiga parameter α dan β bagi Masalah 5.1.	123
Jadual 5.6: Perbandingan Ralat Maksimum bagi famili kaedah lelaran terhadap tiga parameter α dan β bagi Masalah 5.1.	124
Jadual 5.7: Perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah lelaran terhadap tiga parameter bagi Masalah 5.2.	127
Jadual 5.8: Perbandingan masa lelaran bagi famili kaedah lelaran terhadap tiga parameter bagi Masalah 5.2.	128
Jadual 5.9: Perbandingan Ralat Maksimum bagi famili kaedah lelaran terhadap tiga parameter α dan β bagi Masalah 5.2.	129
Jadual 5.10: Perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah lelaran terhadap tiga parameter bagi Masalah 5.3.	132
Jadual 5.10: Perbandingan masa lelaran bagi famili kaedah lelaran terhadap tiga parameter bagi Masalah 5.3.	133
Jadual 5.11: Perbandingan Ralat Maksimum bagi famili kaedah lelaran terhadap tiga parameter bagi Masalah 5.3.	134
Jadual 5.13: Peratusan penurunan bilangan lelaran bagi famili kaedah lelaran dibandingkan dengan kaedah lelaran FSGS bagi Masalah 5.1, 5.2, dan 5.3.	135
Jadual 5.14: Peratusan penurunan masa lelaran bagi famili kaedah lelaran dibandingkan dengan kaedah lelaran FSGS bagi Masalah 5.1, 5.2, dan 5.3.	136
Jadual 5.12: Bilangan operasi aritmetik per lelaran bagi famili kaedah lelaran ke atas Masalah 5.1-5.3.	139

SENARAI RAJAH

	Halaman
Rajah 1.1: Jenis-jenis persamaan terbitan biasa	5
Rajah 1.2: Taburan titik data diskret	9
Rajah 1.3: Data subset berpusat pada	9
Rajah 1.3: Klasifikasi umum terhadap kaedah lelaran yang dipertimbangkan.	19
Rajah 1.5: Skop Kajian	22
Rajah 3.1: Rangka kerja penyelesaian terhadap permasalahan kajian	38
Rajah 3.2: Graf salingan $\frac{1}{\Gamma(x)}$, untuk fungsi gamma $-4 \leq x \leq 6$.	41
Rajah 3.3: Taburan titik nod seragam masalah pecahan nilai sempadan dua titik pada domain penyelesaian bagi kes sapuan (a) penuh (b) separuh (c) suku.	47
Rajah 3.4: Carta Alir bagi lelaran GS	66
Rajah 3.5: Carta Alir bagi lelaran SOR	69
Rajah 3.6: Pelaksanaan kaedah lelaran 4EGSOR bagi kes sapuan penuh (a), separuh (b) dan suku (c) ke atas penyelesaian domain $m = 32$.	72
Rajah 3.7: Carta Alir bagi lelaran 4EGSOR	74
Rajah 4.1: Keputusan penyelesaian tepat dan berangka bagi Masalah 4.1.	79
Rajah 4.2: Keputusan penyelesaian tepat dan berangka bagi Masalah 4.2.	81
Rajah 4.3: Keputusan penyelesaian tepat dan berangka bagi Masalah 4.3.	83
Rajah 4.4: Perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah lelaran terhadap tiga parameter β bagi Masalah 4.1.	86
Rajah 4.5: Perbandingan masa lelaran bagi famili kaedah lelaran terhadap tiga parameter β bagi Masalah 4.1.	87
Rajah 4.6: Perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah lelaran terhadap tiga parameter β ke atas Masalah 4.2.	91
Rajah 4.7: Perbandingan masa lelaran bagi famili kaedah lelaran terhadap tiga parameter β ke atas Masalah 4.2.	92
Rajah 4.8: Perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah lelaran terhadap tiga parameter β bagi Masalah 4.3.	96
Rajah 4.9: Perbandingan masa lelaran bagi famili kaedah lelaran terhadap tiga parameter β ke atas Masalah 4.3.	97
Rajah 5.1: Keputusan penyelesaian tepat dan berangka bagi Masalah 5.1.	113
Rajah 5.2: Keputusan penyelesaian tepat dan berangka bagi Masalah 5.2.	115
Rajah 5.3: Keputusan penyelesaian tepat dan berangka bagi Masalah 5.3.	117
Rajah 5.4: Perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah lelaran terhadap tiga parameter α dan β bagi Masalah 5.1.	120

Rajah 5.5: Perbandingan masa lelaran bagi famili kaedah lelaran terhadap tiga parameter α dan β bagi Masalah 5.1.	121
Rajah 5.6: Perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah lelaran terhadap tiga parameter α dan β bagi Masalah 5.2.	125
Rajah 5.7: Perbandingan masa lelaran bagi famili kaedah lelaran terhadap tiga parameter α dan β bagi Masalah 5.2.	126
Rajah 5.8: Perbandingan bilangan lelaran bagi famili kaedah lelaran terhadap tiga parameter α dan β bagi Masalah 5.3.	130
Rajah 5.9: Perbandingan masa lelaran bagi famili kaedah lelaran terhadap tiga parameter α dan β bagi Masalah 5.3.	131



UMS
UNIVERSITI MALAYSIA SABAH

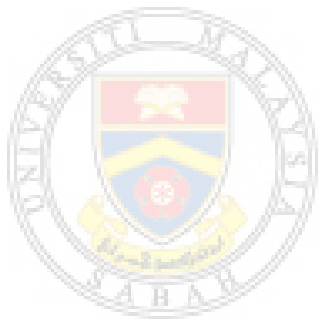
SENARAI SINGKATAN

AOR	- Pengenduran Penguraian Adomian
CFDTM	- Kaedah Terbitan Transformasi Pecahan Yang konformasi
EG	- Kumpulan Tak Tersirat
EGSOR	- Kumpulan Tak-tersirat Pengenduran Berlebihan Berturut-turut
FEM	- Kaedah Unsur Terhingga
FDM	- Kaedah Beza Terhingga
FVM	- Kaedah Isi padu Terhingga
FSGS	- Gauss-Seidel Sapuan Penuh
FSSOR	- Pengenduran Berlebihan Berturut-turut Sapuan Penuh
FS4EGSOR	- 4-titik Kumpulan Tak-tersirat Pengenduran Berlebihan Berturut-turut Sapuan Penuh
GS	- Gauss-Seidel
HSGS	- Gauss-Seidel Sapuan Separuh
HSSOR	- Pengenduran Berlebihan Berturut-turut Sapuan Separuh
HS4EGSOR	- 4-titik Kumpulan Tak-tersirat Pengenduran Berlebihan Berturut-turut Sapuan Separuh
KBT	- kaedah Beza Terhingga
KSOR	- Kaedah Pengenduran Berlebihan Berturut-turut Kaudd
PTB	- Persamaan Terbitan Biasa
PTBPT	- Persamaan Terbitan Biasa Pecahan-tunggal
PTBPGD	- Persamaan Terbitan Biasa Pecahan-ganda Dua
QSGS	- Gauss-Seidel Sapuan Suku
QSSOR	- Pengenduran Berlebihan Berturut-turut Sapuan Suku
QS4EGSOR	- 4-titik Kumpulan Tak-tersirat Pengenduran Berlebihan Berturut-turut Sapuan Suku
SOR	- Pengenduran Berlebihan Berturut-turut

SENARAI ISTILAH

Radiative transfer
partial frequency redistribution
Efficient
Efficiency
Family Iterative Method

Pemindahan menyinar
Pengagihan kekerapan separa
Cekap
Kecekapan
Famili kaedah lelaran



UMS
UNIVERSITI MALAYSIA SABAH

SENARAI SIMBOL

+	Penambahan
-	Penolakan
×	Pendaraban
=	Sama dengan
≠	Bukan sama dengan
<	Kecil daripada
≤	Kecil atau sama dengan
>	Besar daripada
≥	Besar atau sama dengan

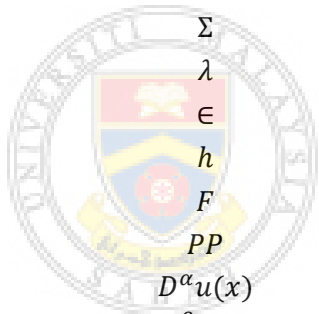
α	Alpha
β	Beta
∂	Delta
γ	Gamma
ε	Ralat Maksimum
ω	Omega

Σ	Penjumlahan
λ	Lamdha
\in	Unsur kepada
h	Saiz subselang
F	Fungsi nilai nyata
PP	Peratus penurunan

$D^\alpha u(x)$

$D^\beta u(x)$

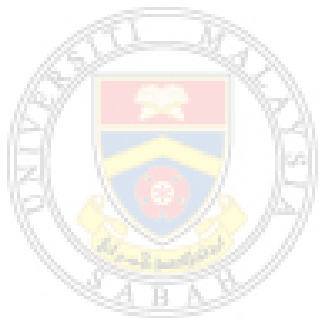
Terbitan Caputo pecahan ruang peringkat pertama
Terbitan Caputo pecahan ruang peringkat kedua



UIMS

SENARAI ALGORITMA

	Halaman
Algoritma 3.1: Pelaksanaan Kaedah Lelaran GS Sapuan Penuh	65
Algoritma 3.2: Pelaksanaan Kaedah Lelaran GS Sapuan Separuh	65
Algoritma 3.3: Pelaksanaan Kaedah Lelaran GS Sapuan Suku	65
Algoritma 3.4: Pelaksanaan Kaedah Lelaran SOR Sapuan Penuh	60
Algoritma 3.5: Pelaksanaan Kaedah Lelaran SOR Sapuan Separuh	60
Algoritma 3.6: Pelaksanaan Kaedah Lelaran SOR Sapuan Suku	60
Algoritma 3.7: Pelaksanaan Kaedah Lelaran 4EGSOR Sapuan Penuh	73
Algoritma 3.8: Pelaksanaan Kaedah Lelaran 4EGSOR Sapuan Separuh	73
Algoritma 3.9: Pelaksanaan Kaedah Lelaran 4EGSOR Sapuan Suku	73

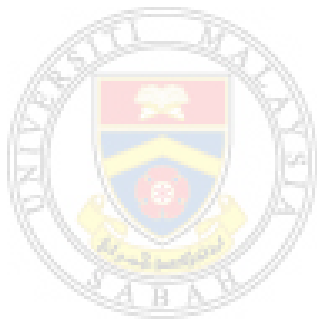


UMS
UNIVERSITI MALAYSIA SABAH

SENARAI LAMPIRAN

Lampiran A: Senarai Penerbitan

HALAMAN
152



UMS
UNIVERSITI MALAYSIA SABAH

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Pengenalan

Dalam beberapa tahun ini, kajian-kajian yang melibatkan permasalahan nilai sempadan dua titik peringkat pecahan menunjukkan peningkatan bilangan kajian yang mendadak menerusi penggunaan kaedah berangka (Kou dan Zhang, 2007) yang mana peningkatan tersebut telah menyelesaikan pelbagai masalah model matematik dalam bidang sains, kejuruteraan dan ekonomi (Sontakke & Shaikh, 2015).

Impak daripada peningkatan tersebut, kajian terhadap masalah nilai sempadan dua titik peringkat pecahan semakin berkembang. Berdasarkan sorotan kajian sebelum ini, tidak banyak kajian yang dilakukan terhadap masalah nilai sempadan dua titik peringkat pecahan. Walau bagaimanapun, beberapa penyelidik telah melakukan kajian mengenai permasalahan nilai sempadan dua titik peringkat pecahan iaitu Fix dan Roof (2004), Zhang (2009) dan Stynes dan Gracia (2015). Tambahan pula, kajian terperinci telah dilakukan oleh Sunarto *et al.*, (2013, 2014, 2015a, 2015b) yang mempertimbangkan masalah nilai sempadan dengan membabitkan persamaan terbitan separa parabolik dan kemudiannya ia digunakan untuk mendapatkan persamaan penghampiran. Seterusnya sistem persamaan linear dapat dibentuk dan diselesaikan dengan menggunakan famili kaedah lelaran bagi mendapatkan penyelesaian hampiran (Youssef, 2012).

Justeru itu, kajian ini akan mengembangkan kajian yang telah dilakukan oleh Sunarto *et al.*, (2015b) kepada masalah nilai sempadan dua titik peringkat pecahan pada persamaan terbitan biasa peringkat pecahan seperti berikut (Alkan *et al.*, 2016):

$$d(x)D^\beta u(x) + a(x)u''(x) + b(x)u'(x) + c(x)u(x) = f(x), \quad x \in [\eta, \gamma] \quad (1.1)$$

di mana fungsi $a(x)$, $b(x)$, $c(x)$, $d(x)$, dan $f(x)$ adalah fungsi yang diketahui. Persamaan (1.1) juga merupakan persamaan terbitan biasa peringkat pecahan. Untuk menyelesaikan persamaan ini, skema pengoperasi beza depan dan skema pengoperasi terbitan Caputo perlu dipertimbangkan semasa proses mendapatkan

persamaan penghampiran Caputo seterusnya membentuk satu sistem persamaan linear yang sepadan.

Daripada sistem linear yang dibentuk, terdapat dua pendekatan kaedah penyelesaian yang boleh dipertimbangkan iaitu famili kaedah terus (Conte dan de Boor, 1980) dan famili kaedah lelaran (Young, 1971). Namun berdasarkan ciri-ciri matriks yang dibentuk menunjukkan kaedah lelaran adalah yang sesuai digunakan untuk menyelesaikan permasalahan dalam kajian ini. Hal ini kerana ciri-ciri matriks yang dibentuk daripada persamaan linear sistem mempunyai saiz yang berskala besar dan bersifat jarang yang mana tidak sesuai menggunakan kaedah terus.

Justeru itu, kajian ini memberi tumpuan kepada famili kaedah lelaran titik pengenduran berlebihan berturut-turut (SOR) dan famili kaedah lelaran blok iaitu kumpulan tak-tersirat pengenduran berlebihan berturut-turut (EGSOR).

1.2 Keplbagaian Persamaan Terbitan Biasa

Dalam kajian ini, permasalahan persamaan terbitan biasa peringkat pecahan dipertimbangkan untuk mendapatkan persamaan penghampiran beza terhingga Caputo dalam menyelesaikan masalah nilai sempadan dua titik peringkat pecahan-tunggal bagi permasalahan pertama dan pecahan-ganda dua bagi permasalahan kedua. Namun terlebih dahulu persamaan terbitan biasa dibincangkan dengan lebih lanjut dalam bahagian ini sebelum perbincangan dilanjutkan kepada persamaan terbitan biasa peringkat pecahan yang akan dikupas dengan lebih lanjut dalam Bab 3.

Persamaan terbitan biasa memainkan peranan yang amat penting dan digunakan dalam pelbagai bidang matematik seperti matematik gunaan, matematik tulen, matematik fizik dan matematik kejuruteraan (Chicone, 2006). Selain itu, persamaan terbitan biasa tidak seperti persamaan aljabar yang lain di mana bentuk persamaannya adalah melibatkan fungsi dan bukan hanya nombor dan mewakili kuantiti secara berterusan untuk mengubah kadar perubahan dalam kajian.

Pada asasnya, persamaan terbitan biasa merupakan satu persamaan yang mengandungi satu atau lebih syarat yang melibatkan satu pembolehubah u yang bergantung dengan pembolehubah tak bersandar, x seperti $\frac{du}{dx} = 2x$.

Setiap persamaan terbitan biasa boleh diklasifikasikan berdasarkan ciri-ciri

dan fungsi masing-masing. Antaranya ialah persamaan terbitan biasa peringkat linear ataupun tak linear. Maka pelbagai kaedah berangka yang boleh dipertimbangkan untuk mendiskretkan persamaan terbitan seperti kaedah beza terhingga (KBT) (Suchde dan Kuhnert, 2019), kaedah isipadu terhingga (Feng *et al.*, 2015), kaedah unsur terhingga (Jin *et al.*, 2016) dan kaedah pendiskretan kubik B-splines (Suardi *et al.*, 2017). Walau bagaimanapun, kajian ini hanya menghadkan perbincangan kepada kaedah beza terhingga bersama dengan skema pengoperasi Caputo dalam proses pendiskretan.

Selanjutnya, persamaan terbitan biasa peringkat integer merupakan persamaan yang mempunyai satu pembolehubah nyata tak bersandar x dan pembolehubah bersandar u dengan menghasilkan terbitan tersebut $u', u'', \dots, u^{(n)}$ di mana semua terbitan adalah terhadap x dan n adalah sebarang integer positif. Oleh itu, persamaan terbitan biasa linear dan tertib $ke - n$ dinyatakan seperti berikut (Stretter, 1973):

$$F(x, u, u', u'', \dots, u^{(n)}) = 0 \quad (1.2)$$

dengan F mewakili fungsi nilai nyata dari pembolehubah-pembolehubah $n + 2$ iaitu $x, u, u', u'', \dots, u^{(n-1)}$ yang memberi makna ia akan melibatkan terbitan satu atau lebih pembolehubah bersandar terhadap satu pembolehubah tak bersandar dalam persamaan terbitan biasa peringkat integer. Daripada persamaan (1.2), persamaan terbitan biasa peringkat $ke - n$ juga dapat dituliskan semula:

$$u^{(n)} = f(x, u, u', u'', \dots, u^{(n-1)}) \quad (1.3)$$

dengan f adalah fungsi yang diketahui. Selain daripada persamaan terbitan biasa dapat dinyatakan dalam peringkat tertinggi, persamaan terbitan biasa juga terbahagi kepada dua kategori iaitu persamaan terbitan linear dan tak linear.

Berdasarkan persamaan (1.3), persamaan terbitan linear bagi peringkat $ke - n$ dapat dinyatakan seperti berikut:

$$a_0(x)u^n + a_1(x)u^{(n-1)} + \dots + a_n(x)u = r(x) \quad (1.4)$$

dengan fungsi terhadap pembolehubah x yang disebut sebagai pekali persamaan iaitu $a_j(x), 0 \leq j \leq n$ dengan anggapan apa jua bentuk selang $a_0(x) \neq 0$ pada persamaan adalah ditentukan.

Manakala persamaan tak linear pula, fungsi tak linear daripada pembolehubah bersandar atau terbitannya seperti $\sin y$ ataupun e^y tidak boleh hadir di dalam persamaan seperti (Zill dan Cullen, 2005):

Jadual 1.1: Persamaan tak linear

Contoh	Persamaan Tak linear	Peringkat
1	$(1 - u) \frac{du}{dx} + 2u = e^x$	Pertama
2	$\frac{d^2u}{dx^2} + \sin(u) = 0$	Kedua
3	$\frac{d^4u}{dx^4} + u^2 = 0$	Keempat

di mana Contoh 1 dikategorikan sebagai persamaan terbitan biasa tak linear apabila pekali yang bergantung kepada $\frac{du}{dx}$ iaitu $(1 - u)$ yang muncul dalam persamaan. Sama seperti Contoh 2 turut dikategori tak linear kerana kehadiran sebutan $\sin(u)$ dalam persamaan dan Contoh 3 dikategorikan tak linear kerana kuasa yang bukan satu dan u^2 wujud dalam persamaan.

Selain itu, persamaan terbitan biasa juga dapat ditentukan sama ada persamaan yang homogen ataupun tak homogen. Sekiranya $r(x) = 0$ pada persamaan (1.4), maka dianggap sebagai persamaan homogen dan persamaan tersebut tak homogen jika $r(x) \neq 0$ (Zill dan Cullen, 2005).

Dapat diperlihatkan Jadual 1.1, persamaan terbitan biasa memiliki pelbagai peringkat. Menurut Rashidina dan Jalilian (2009), persamaan terbitan biasa bagi peringkat pertama dan kedua masing-masing dapat ditulis dalam persamaan seperti berikut:

$$a_1(x) \frac{du}{dx} + a_0(x)u = g_0(x) \quad (1.5)$$

$$a_2(x) \frac{d^2u}{dx^2} + a_1(x) \frac{du}{dx} + a_0(x)u = g_1(x) \quad (1.6)$$

dengan persamaan (1.5) mewakili peringkat pertama dan persamaan (1.6) peringkat kedua.

Dapat diperhatikan bahawa kedua-dua persamaan terbitan ini adalah peringkat integer. Selain itu, wujud ciri-ciri untuk mengenalpasti persamaan terbitan biasa iaitu pembolehubah bersandar u dan semua terbitan $x, u, u', u'', \dots, u^{(n)}$ adalah berdarjah satu. Sebaliknya pekali persamaan $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ bergantung kepada pembolehubah tak bersandar x .

Perlu ditegaskan bahawa kajian ini hanya memberi tumpuan kepada perbincangan untuk mengembangkan persamaan terbitan terbitan biasa peringkat