PENILAIAN PRESTASI FAMILI KAEDAH LELARAN KUMPULAN TAK TERSIRAT DENGAN SKEMA MIN ARITMETIK TAK SETEMPAT KE ATAS PERSAMAAN BURGER DAN BURGER-FISHER

NUR FARAH AZIRA BINTI ZAINAL

FAKULTI SAINS DAN SUMBER ALAM
UNIVERSITI MALAYSIA SABAH

2019

PENILAIAN PRESTASI FAMILI KAEDAH LELARAN KUMPULAN TAK TERSIRAT DENGAN SKEMA MIN ARITMETIK TAK SETEMPAT KE ATAS PERSAMAAN BURGER DAN BURGER-FISHER

NUR FARAH AZIRA BINTI ZAINAL

TESIS INI DIKEMUKAKAN UNTUK MEMENUHI SYARAT MEMPEROLEH IJAZAH SARJANA SAINS

**FAKULTI SAINS DAN SUMBER ALAM
UNIVERSITI MALAYSIA SABAH**

2019

UNIVERSITI MALAYSIA SABAH

BORANG PENGESAHAN TESIS

JUDUL: **PENILAIAN PRESTASI FAMILI KAEDAH LELARAN KUMPULAN TAK TERSIRAT DENGAN SKEMA MIN ARITMETIK TAK SETEMPAT KE ATAS PERSAMAAN BURGER DAN BURGER-FISHER**

IJAZAH: **SARJANA SAINS (MATEMATIK)**

Saya **NUR FARAH AZIRA BINTI ZAINAL**, sesi **2018-2019**, mengaku membenarkan tesis Sarjana ini disimpan di Perpustakaan Universiti Malaysia Sabah dengan syarat-syarat kegunaan seperti berikut:

1. Tesis ini adalah hak milik Universiti Malaysia Sabah.
2. Perpustakaan Universiti Malaysia Sabah dibenarkan membuat salinan untuk tujuan pengajian sahaja.
3. Perpustakaan dibenarkan membuat salinan tesisi ini sebagai bahan pertukaran antara institusi pengajian tinggi.
4. Sila tandakan (/):

[ ]	SULIT	(Mengandungi maklumat yang berdarjah keselamatan atau kepengtingan, Malaysia seperti yang termaktub di dalam AKTA RAHSIA 1972)
[ ]	TERHAD	(Mengandungi maklumat TERHAD yang telah ditentukan oleh organisasi/badan di mana penyelidikan dijalankan)
[ ]	TIDAK TERHAD	

Disahkan Oleh,

NUR FARAH AZIRA BINTI ZAINAL
MS1721051T

(Tanda Tangan Pustakawan)

Tarikh: 23 SEPTEMBER 2019

Prof. Madya Dr. Jumat Sulaiman
Penyelia

PENGAKUAN

Saya mengaku bahawa kajian ini adalah hasil nukilan saya sendiri, melainkan petikan dan ringkasan yang setiap satunya saya telah jelaskan sumbernya.

22 MEI 2019

NUR FARAH AZIRA BINTI ZAINAL
(MS1721051T)

PENGESAHAN

NAMA : **NUR FARAH AZIRA BINTI ZAINAL**

NO MATRIKS : **MS1721051T**

TAJUK : **PENILAIAN PRESTASI FAMILI KAEDAH LELARAN KUMPULAN TAK TERSIRAT DENGAN SKEMA MIN ARITMETIK TAK SETEMPAT KE ATAS PERSAMAAN BURGER DAN BURGER-FISHER**

IJAZAH : **SARJANA SAINS (MATEMATIK)**

TARIKH VIVA : **29 OGOS 2019**

DISAHKAN OLEH;

PENYELIA Tandatangan

Prof. Madya Dr. Jumat Sulaiman

____

PENGHARGAAN

Syukur kehadrat Ilahi, Tuhan yang Maha Penyayang lagi Maha Berkuasa, atas keizinanNya, saya dapat menyiapkan tesis ini dengan sempurna dan jayanya bagi memenuhi syarat untuk memperoleh Ijazah Sarjana Sains.

Saya ingin mengambil kesempatan ini untuk mengucapkan terima kasih yang tidak terhingga buat penyelia saya iaitu Prof. Madya Dr. Jumat bin Sulaiman atas tunjuk ajar yang diberikan dan bimbingan serta sentiasa memberikan saya galakan dan motivasi sepanjang pengajian proses penyelidikan dijalankan dan sehinggalah tesis ini dapat disiapkan. Tidak lupa juga kepada Universiti Malaysia Sabah yang telah banyak memberikan bantuan dari segi kewangan iaitu skim geran bantuan penyelidikan pascasiswazah (UMSGreat). Bantuan ini sedikit sebanyak telah membantu saya dalam perbelanjaan menghadiri persidangan dan juga alat keperluan bagi penyelidikan.

Setinggi-tinggi penghargaan juga kepada ahli keluarga saya yang tercinta terutamanya kedua ibu bapa saya yang telah banyak memberikan saya galakan dan dorongan serta tidak jemu untuk mendoakan kejayaaan saya dari jauh. Saya juga ingin mengucapkan ribuan terima kasih kepada rakan-rakan seperjuangan saya atas dorongan dan bantuan sepanjang pengajian kita di sini.

Akhir sekali, ucapan terima kasih yang tidak terhingga buat semua pensyarah-pensyarah dan kakitangan pentadbiran yang telah banyak membantu dan memberi sokongan kepada saya sepanjang pengajian ini berlangsung.

Nur Farah Azira Binti Zainal

23 September 2019

ABSTRAK

Persamaan Burger dan Burger-Fisher adalah satu persamaan yang memainkan peranan penting dalam pelbagai bidang terutamanya bidang matematik dan fizik. Permasalahan persamaan ini merupakan salah satu persamaan pembezaan parabolik tak linear yang diselesaikan secara berangka dan analisis. Kajian terdahulu menunjukkan terdapat pelbagai kaedah berangka seperti kaedah unsur terhingga, kaedah B-Splin dan kaedah penguraian Adomian yang boleh digunakan untuk menyelesaikan persamaan ini. Menerusi proses pendiskretan menggunakan kaedah beza terhingga ke atas persamaan Burger dan Burger-Fisher satu matra, penerbitan persamaan penghampiran tak linear dapat dibangunkan dan digunakan untuk menjana sistem tak linear. Untuk mendapatkan penyelesaian hampiran ke atas sistem tak linear, proses penglinearan menerusi kaedah Newton akan membentuk jujukan sistem persamaan linear yang berpadanan. Untuk mengelakkan penggunaan jujukan sistem persamaan linear tersebut yang membabitkan proses lelaran yang lama, maka kajian ini menyusulkan penggunaan skema pendiskretan min aritmetik tak setempat sapuan penuh, separuh dan suku. Skema ini diaplikasikan ke atas sistem tak linear berkenaan untuk membentuk satu sistem persamaan linear tunggal yang berpadanan. Kemudiannya, kaedah lelaran Gauss-Seidel (GS) dan kaedah lelaran pengenduran berlebihan berturut-turut (SOR) dan kaedah lelaran kumpulan tak tersirat (EGSOR) akan digunakan untuk mendapatkan penyelesaian hampiran bagi sistem persamaan linear tersebut. Pembentukan algoritma dan perumusan bagi kesemua famili kaedah lelaran tersebut dapt dibangunkan menerusi sistem linear sapuan penuh, separuh dan suku. Bagi menguji kejituan kaedah-kaedah lelaran, terdapat tiga parameter yang dibandingkan bagi setiap famili kaedah lelaran iaitu bilangan lelaran, masa lelaran dan ralat maksimum. Sejajar usaha mendemonstrasikan keberkesanan pengiraan dengan membandingkan famili kaedah lelaran tersebut, keputusan uji kaji berangka menunjukkan bahawa kaedah lelaran empat titik QSEGSOR adalah lebih efisien dari segi bilangan dan masa lelaran jika dibandingkan dengan kaedah lelaran pada setiap famili kaedah lelaran sapuan penuh dan separuh dalam menyelesaikan permasalahan kajian yang dipertimbangkan.

ABSTRACT

PERFORMANCE EVALUATION OF FAMILY OF ITERATIVE METHOD WITH NONLOCAL ARITHMETIC MEAN DISCRETIZATION SCHEME FOR SOLVING BURGER'S AND BURGERS-FISHER EQUATIONS

Burger's and Burgers-Fisher equations plays an important role in many fields such as mathematics and physics. These equations are one of the nonlinear parabolic differential equations that are attempted to solve numerically and anatically. Previous studies show that there are various numerical methods such as the finite element method, B-spline method and Adomian Decomposition method could be used to solve these equations. Through the discretization process of Burger's and Burgers-Fisher equations using the finite difference method, the nonlinear approximation equations can be developed and used to generate nonlinear systems. To obtain an approximate solution of nonlinear system, the linearize process through Newton method will form a sequence of linear system. In order to avoid the use of the sequence of linear system which involves long iteration process, hence this study proposes the nonlocal arithmetic mean discretization scheme for full-sweep, half-sweep and quarter-sweep. The scheme will be applied to the approximate nonlinear system to form a corresponding single linear system. Then, the Gauss-Seidel (GS), Successive Over Relaxation (SOR) and Explicit Group (EGSOR) iterative methods will be used to obtain an approximate solution for the system of linear equations. The formation of algorithms and the formulation of family of iterative methods can be developed through full-sweep, half-sweep and quarter-sweep linear systems. To examine the efficiency of iterative methods, there are three parameters that are being considered which is the number of iterations, execution time and maximum absolute error. In line with the demonstration of the effectiveness of calculations by comparing the family of the iterative method, the numerical results of the numerical experiment show that the Four-Point QSEGSOR iterative method is more efficient in terms of number of iteration and execution time as compared with each family of iterative methods of full-sweep and half-sweep iterative methods in solving these problems.

ISI KANDUNGAN

Muka Surat

SENARAI JADUAL

SENARAI RAJAH

SENARAI SIMBOL

$+$	Tambah
$-$	Tolak
$\times$	Darab
$=$	Sama dengan
$<$	Lebih kecil daripada
$>$	Lebih besar daripada
$\leq$	Lebih kecil daripada atau sama dengan
$\mathbb{R}$	Nombor nyata
A	Matriks pekali
D	Matriks pepenjuru
L	Matriks segitiga bawah
V	Matriks segitiga atas
ω	Parameter berpemberat
Δx	Saiz subselang
m	Bilangan subselang
ε	Ralat toleransi
N	Saiz matriks
%	Peratus

SENARAI ALGORITMA

SENARAI SINGKATAN

FS	Sapuan Penuh	Full-Sweep
HS	Sapuan Separuh	Half-Sweep
QS	Sapuan Suku	Quarter-Sweep
GS	Gauss-Seidel	Gauss-Seidel
FSGS	Gauss-Seidel Sapuan Penuh	Full-Sweep Gauss-Seidel
HSGS	Gauss-Seidel Sapuan Separuh	Half-Sweep Gauss-Seidel
QSGS	Gauss-Seidel Sapuan Suku	Quarter-Sweep Gauss-Seidel
SOR	Pengenduran Berlebihan Berturut-Turut	Successive Over-Relaxation
FSSOR	Pengenduran Berlebihan Berturut-Turut Sapuan Penuh	Full-Sweep Successive Over-Relaxation
HSSOR	Pengenduran Berlebihan Berturut-Turut Sapuan Separuh	Half-Sweep Successive Over-Relaxation
QSSOR	Pengenduran Berlebihan Berturut-Turut Sapuan Suku	Quarter-Sweep Successive-Over Relaxation
EG	Kumpulan Tak Tersirat	Explicit Group
4EG	Empat-Titik Kumpulan Tak Tersirat	Four-Point Explicit Group
4EG9L	Empat-Titik Kumpulan Tak Tersirat Sembilan-Titik Laplacian	Four-Point Explicit Group Nine-Point Laplacian
4EGSOR	Empat-Titik Kumpulan Tak Tersirat Pengenduran Berlebihan Berturut-Turut	Four-Point Explicit Group Explicit Group Successive Over-
EGSOR	Kumpulan Tak Tersirat Pengenduran Berlebihan Berturut-Turut	Explicit Group Successive Over-Relaxation
FSEGSOR	Kumpulan Tak Tersirat Pengenduran Berlebihan Berturut-Turut Sapuan Penuh	Full-Sweep Explicit Group Successive Over-Relaxation
HSEGSOR	Kumpulan Tak Tersirat Pengenduran Berlebihan	Half-Sweep Explicit Group Successive Over-Relaxation

	Berturut-Turut Sapuan Separuh	
QSEGSOR	Kumpulan Tak Tersirat Pengenduran Berlebihan Berturut-Turut Sapuan Suku	Quarter-Sweep Explicit Group Successive Over-Relaxation
EDG	Kumpulan Tak Tersirat Nyahpasangan	Explicit Decoupled Group
MEDG	Kumpulan Tak Tersirat Nyahpasangan Terubahsuai	Modified Explicit Decoupled Group
MEG	Kumpulan Tak Tersirat Terubahsuai	Modified Explicit Group
MEGSOR	Kumpulan Tak Tersirat Terubahsuai Pengenduran Berlebihan Berturut-Turut	Modified Explicit Group Successive-Over Relaxation
PDE	Persamaan Terbitan Separa	Partial Differential Equation
FEM	Kaedah Unsur Terhingga	Finite Element Method
FDM	Kaedah Beza Terhingga	Finite Difference Method
FVM	Kaedah Isipadu Terhingga	Finite Volume Method
DQM	Kaedah Beza Kuadratur	Differential Quadrature Method
PDQ	Polinomial Beza Kuadratur	Polynomial Differential Quadrature
ADM	Kaedah Penguraian Adomian	Adomian Decomposition Method
HPM	Kaedah Usikan Homotopi	Homotopy Pertubation Method
RDTM	Kaedah Beza Transformasi Terkurang	Reduced Differential Transformation Method
VIM	Kaedah Pengulangan Variasi	Variational Iteration Method
HAM	Kaedah Analisis Homotopi	Homotopy Analysis Method
2D	Dua Dimensi	Two-Dimensional
3D	Tiga Dimensi	Three-Dimensional
FSAM	Min Aritmetik Sapuan Penuh	Full-Sweep Arithmetic Mean
HSAM	Min Aritmetik Sapuan Separuh	Half-Sweep Arithmetic Mean
FSAOR	Kaedah Lelaran Pengenduran Berlebihan Berpecutan Sapuan Sapuan Penuh	Full-Sweep Accelerated Over-Relaxation
HSAOR	Kaedah Lelaran Pengenduran	Half-Sweep Accelerated Over-

	Berlebihan Berpecutan Sapuan Separuh	Relaxation
GM	Min Geometri	Geometry Mean
FSGM	Min Geometri Sapuan Penuh	Full-Sweep Geometry Mean
HSGM	Min Geometri Sapuan Separuh	Half-Sweep Geometry Mean
QSGM	Min Geometri Sapuan Suku	Quarter-Sweep Geometry Mean

SENARAI LAMPIRAN

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Pengenalan

Sehingga ke hari ini, persamaan Burger dan Burger-Fisher telah dikenali dengan lebih luas sebagai salah satu persamaan pembezaan separa parabolik tak linear. Persamaan ini merupakan persamaan pembezaan separa yang berlaku dalam pelbagai bidang iaitu bidang matematik, fizik dan kejuruteraan. Kedua-dua persamaan ini juga merupakan contoh model tak linear bagi beberapa fenomena fizikal seperti aliran lalu lintas, mekanik bendalir, akustik tak linear, matematik kewangan, arus kejutan, penyebaran gelombang kejutan, gelombang elastik membujur dalam pepejal isotropik dan dinamik gas (Dhawan *et al.*, 2012; Benia & Sadallah, 2018). Menurut Guozhong *et al.* (2010), permasalahan persamaan ini dapat digunakan bagi menguji kepelbagaian kaedah berangka. Oleh yang demikian, terdapat beberapa penyelidik yang telah membina pelbagai kaedah berangka seperti kaedah unsur terbatas terhingga Galerkin setempat (Guozhong *et al.*, 2010), kaedah Penguraian Adomian (El-Danaf & Ramadan, 2007), kaedah beza terhingga (Hassanien *et al.*, 2005), kaedah kolokasi spektrum Chebyshev (Khater *et al.*, 2008), kaedah unsur terhingga kuadratik B-splin (Raslan, 2003), kaedah beza terhingga Douglas (Pandey *et al.*, 2009), kaedah ubahan variasi (Biazar & Aminikhah, 2009), kaedah belahan peringkat tinggi (Seydaoglu *et al.*, 2016) dan kaedah usikan homotopi (Mirzazadeh & Ayati, 2016) untuk mendapatkan penyelesaian hampiran.

Namun begitu, kajian ini hanya cuba menumpukan kepada perbincangan tentang kaedah beza terhingga min aritmetik tak setempat dalam menyelesaikan permasalahan persamaan Burger dan Burger-Fisher satu-matra. Seterusnya, setelah persamaan penghampiran diperolehi menerusi proses pendiskretan, beberapa kaedah lelaran titik SOR dan blok SOR cuba digunakan bagi mendapatkan penyelesaian berangka ke atas sistem persamaan linear yang dijana. Setelah itu, analisis keefisienan pengiraan cuba dilakukan seiring dengan matlamat kajian untuk menentukan keefisienan famili kaedah lelaran blok SOR berbanding dengan famili kaedah lelaran titik SOR. Terdapat tiga parameter yang telah dibandingkan iaitu bilangan lelaran, masa lelaran dan ralat maksimum terhadap beberapa contoh permasalahan yang telah diujikaji.

1.2 Persamaan Pembezaan Separa

Persamaan pembezaan separa (PPS) merupakan salah satu kaedah yang digunakan bagi menyelesaikan masalah fizikal dalam bidang kejuruteraan dan juga sains. Persamaan pembezaan ini melibatkan lebih daripada satu fungsi yang tidak diketahui oleh beberapa pembolehubah (Rice & Strange, 1994). Rumus umum persamaan ini dapat diungkapkan sebagai

$$A(x,y)u_{xx} + B(x,y)u_{xy} + C(x,y)u_{yy} + D(x,y)u_x + E(x,y)u_y + F(x,y)u = 0 \tag{1.1}$$

dengan A, B, C, D, E dan F adalah pembolehubah bebas manakala x, y dan u adalah pembolehubah bergantung di mana

$$u_x = \frac{\partial u}{\partial x},\ u_{xx}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2},\ u_y = \frac{\partial u}{\partial y},\ u_{yy} = \frac{\partial^2 u}{\partial y^2},\ u_{xy} = \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}.$$

Secara umumnya, PPS boleh dikelaskan kepada tiga kategori iaitu persamaan pembezaan parabolik, persamaan pembezaan eliptik dan persamaan pembezaan hiperbolik yang masing-masing merujuk kepada nilai ungkapan $B^2 - 4AC$ (Faires & Burden, 2011). Berikut menunjukkan contoh tiga kategori PPS:

i. Persamaan pembezaan parabolik

PPS dapat dikategorikan sebagai persamaan pembezaan parabolik apabila mempunyai nilai ungkapan $B^2 - 4AC = 0$. Salah satu contoh persamaan pembezaan parabolik adalah persamaan resapan seperti berikut

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \tag{1.2}$$

ii. Persamaan pembezaan eliptik

Persamaan pembezaan eliptik pula mempunyai nilai ungkapan $B^2 - 4AC < 0$ di mana antara contoh persamaan pembezaan eliptik adalah persamaan Laplace seperti

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \tag{1.3}$$

iii. Persamaan pembezaan hiperbolik

PPS yang mempunyai nilai ungkapan $B^2 - 4AC > 0$ dikategorikan sebagai persamaan pembezaan hiperbolik. Salah satu contoh persamaan pembezaan hiperbolik adalah persamaan gelombang iaitu

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \tag{1.4}$$

Hakikatnya, permasalahan persamaan pembezaan separa sering kali muncul bersama-sama dengan syarat awalan dan sempadan yang perlu dipertimbangkan. Antara syarat awalan dan sempadan yang sering digunakan adalah syarat sempadan Dirichlet, syarat sempadan Neuman dan syarat sempadan Robin iaitu masing-masing dapat dinyatakan seperti (Patil & Verma, 2009; Faires & Burden, 2011)

i. Syarat sempadan Dirichlet:

$$\begin{aligned} u(x) &= f_1(x), \\ u(x) &= f_2(x), \end{aligned} \tag{1.5}$$

ii. Syarat sempadan Neumann:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial y}(x) &= f_1'(x), \\ \frac{\partial u}{\partial y}(x) &= f_2'(x), \end{aligned} \tag{1.6}$$

iii. Syarat sempadan Robin:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial y}(x) + \alpha u(x) &= f_1(x), \\ \frac{\partial u}{\partial y}(x) + \beta u(x) &= f_2(x), \end{aligned} \tag{1.7}$$