

**FAMILI KAEDAH LELARAN MKAOR DENGAN
SKEMA PENDISKRETAN KUBIK B-SPLIN DALAM
MENYELESAIKAN MASALAH NILAI
SEMPADAN SATU MATRA**



MOHD NORFADLI BIN SUARDI

UMS
UNIVERSITI MALAYSIA SABAH

**FAKULTI SAINS DAN SUMBER ALAM
UNIVERSITI MALAYSIA SABAH
2018**

**FAMILI KAEDAH LELARAN MKAOR DENGAN
SKEMA PENDISKRETAN KUBIK B-SPLIN DALAM
MENYELESAIKAN MASALAH NILAI SEMPADAN
SATU MATRA**



MOHD NORFADLI BIN SUARDI

**TESIS YANG DIKEMUKAKAN UNTUK MEMENUHI
KEPERLUAN PENGIJAZAHAN IJAZAH SARJANA
SAINS**

**FAKULTI SAINS DAN SUMBER ALAM
UNIVERSITI MALAYSIA SABAH
2018**

UNIVERSITI MALAYSIA SABAH

BORANG PENGESAHAN TESIS

JUDUL : _____

IJAZAH : _____

SAYA : _____ SESI PENGAJIAN : _____
(HURUF BESAR)

Mengaku membenarkan tesis *(LPSM/Sarjana/Doktor Falsafah) ini disimpan di Perpustakaan Universiti Malaysia Sabah dengan syarat-syarat kegunaan seperti berikut:-

1. Tesis adalah hak milik Universiti Malaysia Sabah.
2. Perpustakaan Universiti Malaysia Sabah dibenarkan membuat salinan untuk tujuan pengajian sahaja.
3. Perpustakaan dibenarkan membuat salinan tesis ini sebagai bahan pertukaran antara institusi pengajian tinggi.
4. Sila tandakan (/)

☐

SULIT

(Mengandungi maklumat yang berdarjah keselamatan atau kepentingan Malaysia seperti yang termaktub di AKTA RAHSIA RASMI 1972)

☐

TERHAD

(Mengandungi maklumat TERHAD yang telah ditentukan oleh organisasi/badan di mana penyelidikan dijalankan)

☐

TIDAK TERHAD

Disahkan oleh:

(TANDATANGAN PENULIS)

Alamat Tetap: _____

TARIKH: _____

(TANDATANGAN PUSTAKAWAN)_____
(NAMA PENYELIA)

TARIKH: _____

Catatan:

*Potong yang tidak berkenaan.

*Jika tesis ini SULIT dan TERHAD, sila lampirkan surat daripada pihak berkuasa/organisasi berkenaan dengan menyatakan sekali sebab dan tempoh tesis ini perlu dikelaskan sebagai SULIT dan TERHAD.

*Tesis dimaksudkan sebagai tesis bagi Ijazah Doktor Falsafah dan Sarjana Secara Penyelidikan atau disertai bagi pengajian secara kerja kursus dan Laporan Projek Sarjana Muda (LPSM).

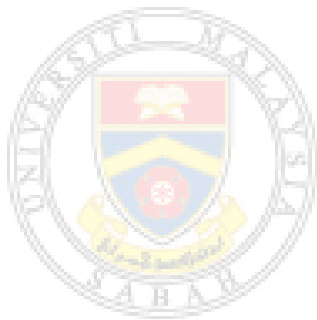
PENGAKUAN

Karya ini adalah hasil kerja saya sendiri kecuali nukilan, ringkasan dan rujukan yang tiap-tiap satunya telah dijelaskan sumbernya.

10 OGOS 2018

Mohd Norfadli Bin Suardi

MS1621081T



UMS
UNIVERSITI MALAYSIA SABAH

PENGESAHAN

NAMA : **MOHD NORFADLI BIN SUARDI**
No. MATRIKS : **MS1621081T**
TAJUK : **FAMILI KAEDAH LELARAN MKAOR DENGAN SKEMA
PENDISKRETAN KUBIK B-SPLIN DALAM
MENYELESAIKAN MASALAH NILAI SEMPADAN
SATU MATRA**
IJAZAH : **IJAZAH SARJANA (MATEMATIK)**
TARIKH VIVA : **27 JULAI 2018**

DISAHKAN OLEH;

PENYELIA

Tandatangan



Prof. Madya Dr. Jumat Sulaiman

UMS
UNIVERSITI MALAYSIA SABAH

PENGHARGAAN

Syukur kehadiran Allah S.W.T, pemilik segala ilmu pengetahuan dan rahsia segenap pelusuk alam yang telah mengurniakan nikmat masa dan tenaga yang mencukupi sehingga tesis ini berjaya disiapkan dengan jayanya. Selawat dan salam ke atas junjungan Nabi Muhammad S.A.W yang telah diutuskan sebagaimana rahmat untuk sekalian alam, juga ke atas keluarganya, para sahabat dan sekalian yang berjuang di atas nama Ilahi.

Saya ingin mengambil kesempatan mengucapkan ribuan terima kasih kepada Prof. Madya Dr. Jumat Bin Sulaiman selaku penyelia saya sepanjang proses menyiapkan disertasi ini kerana beliau banyak memberi galakan dan sokongan dari segi semangat dan motivasi serta tidak jemu memberi tunjuk ajar ilmu yang berguna kepada saya. Pandangan dan idea beliau sangat membantu dan memberikan impak yang besar terhadap keseluruhan tesis ini.

Tidak lupa juga saya ingin memberi setinggi-tinggi penghargaan dan terima kasih kepada ahli keluarga saya terutamanya ibu bapa saya atas segala pengorbanan, sokongan, dorongan, bimbingan, nasihat dan bantuan dari segi kewangan sepanjang pengajian dan proses penyiapan tesis ini. Selain itu, ucapan terima kasih juga saya tujukan kepada rakan seperjuangan saya, Eng Jeng Hong dan Nurul Zafira Farhana Mohd Radzuan di atas dorongan yang amat tiada nilainya dan sentiasa bersama saya sepanjang proses melengkapkan tesis ini.

Saya juga ingin mengucapkan terima kasih kepada semua pensyarah Universiti Malaysia Sabah dan rakan-rakan seperjuangan lain yang sedikit sebanyak membantu, berkongsi idea dan memberi sokongan moral dalam penulisan tesis ini. Begitu juga dengan orang sekeliling saya yang terlibat secara langsung mahupun tidak langsung dalam menyiapkan penulisan tesis ini. Jasa kalian amat saya hargai dan kenang sampai bila-bila. Semoga bantuan kalian akan menjadi amal dan mendapat balasan yang setimpal dari Allah S.W.T.

Mohd Norfadli Bin Suardi

10 Ogos 2018

ABSTRAK

Penyelesaian berangka bagi permasalahan nilai sempadan telah membuka peluang kepada para penyelidik untuk menyelesaikan pelbagai permasalahan yang berkaitan dengan bidang sains, ekonomi dan kejuruteraan. Dalam menyelesaikan masalah tersebut, terdapat beberapa jenis interpolasi yang telah digunakan dan dipertimbangkan seperti interpolasi polinomial, splin dan B-splin. Walaubagaimanapun, sorotan kajian terdahulu menyatakan bahawa kaedah B-splin adalah kaedah yang lebih efisien berbanding dengan kaedah interpolasi tersebut. Justeru itu, kajian ini cuba memfokuskan penggunaan skema pendiskretan B-splin kubik bagi kes sapuan penuh, separuh dan suku dalam menyelesaikan masalah nilai sempadan satu matra. Terdapat dua jenis masalah nilai sempadan satu matra yang ditonjolkan dalam kajian ini iaitu masalah nilai sempadan dua titik dan persamaan resapan satu matra. Kedua-dua permasalahan kajian tersebut telah dipertimbangkan dalam proses pendiskretan di mana skema pendiskretan B-splin kubik telah digunakan untuk menerbitkan persamaan penghampiran B-splin kubik yang sepadanan bagi kes sapuan penuh, separuh dan suku. Kemudiannya, ketiga-tiga persamaan penghampiran yang diperolehi tersebut pula telah digunakan untuk menjanakan sistem persamaan linear yang sepadanan. Kaedah lelaran telah dipertimbangkan sebagai penyelesai linear. Hal ini disebabkan sistem persamaan linear tersebut mempunyai matrik pekalinnya berskala besar dan bersifat jarang. Justeru itu, kaedah-kaedah lelaran yang telah dipertimbangkan iaitu famili kaedah lelaran Gauss-Seidel (GS), Pengenduran Berlebihan Berturut-turut Kaud (KSOR), Pengenduran Berlebihan Berpecutan Kaud (KAOR), Pengenduran Berlebihan Berturut-turut Kaud Terubahsuai (MKSOR) dan Pengenduran Berlebihan Berpecutan Kaud Terubahsuai (MKAOR) dan dilaksanakan bersama dengan pendekatan konsep sapuan penuh, separuh dan suku dalam menyelesaikan kedua-dua masalah nilai sempadan tersebut. Dalam pelaksanaan ujikaji berangka, kaedah lelaran GS sapuan penuh (FSGS) telah ditetapkan sebagai kaedah kawalan bagi famili kaedah lelaran GS, KSOR, KAOR, MKSOR dan MKAOR. Sejajar dengan tujuan untuk menguji keefisienan bagi kesemua famili kaedah lelaran yang dipertimbangkan, tiga contoh bagi setiap permasalahan kajian telah diuji dan setiap keputusan yang diperolehi telah direkodkan. Berdasarkan keputusan berangka bagi kesemua famili kaedah lelaran tersebut yang telah direkodkan, didapati bahawa famili kaedah lelaran MKAOR merupakan famili kaedah lelaran yang mempunyai keefisienan yang lebih baik berbanding dengan famili kaedah lelaran GS, KSOR, KAOR dan MKSOR.

ABSTRACT

FAMILY OF MKAOR ITERATIVE METHODS WITH CUBIC B-SPLINE DISCRETIZATION SCHEME FOR SOLVING ONE-DIMENSIONAL BOUNDARY VALUE PROBLEMS

Numerical solution for boundary value problems has opened the opportunities for many researchers to solve the various problems related in sciences, economics and engineering. In order to solve these problems, there are several types of interpolations that have been used and considered such as polynomial, spline and B-spline interpolations. Based on the previous studies, they indicated that the B-splines method is more efficient compared with the other interpolation methods. Following to that, this study focuses on using the cubic B-spline discretization scheme in cases of full-, half- and quarter-sweep for solving one-dimensional boundary value problems. There are two types of one-dimensional boundary value problems that have been highlighted in this study are two-point boundary value problem and one-dimensional diffusion equations. Both of these problems will be discretized by using the cubic B-spline discretization scheme for constructing the corresponding cubic B-spline approximation equations of full-, half- and quarter-sweep cases. Then, these approximation equations have been used to generate the corresponding system of linear equations. To solve the linear system, the iterative methods have been chosen as the linear solver. This is due to the linear system has its coefficient matrix which is large scale and sparse. Therefore, the iterative methods were considered namely the family of Gauss-Seidel (GS), Kaudd Successive Over Relaxation (KSOR), Kaudd Accelerated Over Relaxation (KAOR), Modified Kaudd Successive Over Relaxation (MKSOR) and Modified Kaudd Accelerated Over Relaxation (MKAOR) iterative methods together with the concept of full-, half- and quarter-sweep iterations in solving boundary value problems. For the purpose of comparison, the full-sweep GS (FSGS) iterative method has been set up as control method for GS, SOR, AOR, MKSOR and MKAOR iterations families. To investigate the efficiency of the proposed iteration families, three numerical examples for each proposed problem have been tested and the results have been recorded. Based on the numerical results, it can be concluded that family of MKAOR method is more efficient than the family of GS, KSOR, KAOR and MKSOR iterative methods.

SENARAI KANDUNGAN

	Muka Surat
TAJUK	i
PENGAKUAN	ii
PENGESAHAN	iii
PENGHARGAAN	iv
ABSTRAK	v
<i>ABSTRACT</i>	vi
SENARAI KANDUNGAN	vii
SENARAI RAJAH	xi
SENARAI JADUAL	xiv
SENARAI ALGORITMA	xvi
SENARAI SIMBOL	xvii
SENARAI SINGKATAN	xviii
BAB 1 PENDAHULUAN	1
1.1 Pengenalan	1
1.2 Pengenalan Persamaan Terbitan	5
1.2.1 Persamaan Terbitan Biasa	6
1.2.2 Persamaan Terbitan Separa	8
1.3 Masalah Nilai Sempadan Dua Titik	9
1.4 Persamaan Resapan Satu Matra	10
1.5 Pemerihalan Konsep Matematik Asas	11
1.5.1 Kembangan Siri Taylor	12
1.5.2 Pemerihalan Matriks dan Vektor	13
a. Norma Vektor	14
b. Norma Matriks	15
1.6 Perihalan Konsep Interpolasi	16
1.7 Sistem Persamaan Linear	16
1.7.1 Pemerihalan Famili Kaedah Terus	19
1.7.2 Pemerihalan Famili Kaedah Lelaran	20
1.8 Pernyataan Permasalahan Kajian	22
1.9 Objektif Kajian	25

1.10	Skop Kajian	26
1.11	Organisasi Tesis	27
BAB 2	ULASAN LITERATUR	30
2.1	Pengenalan	30
2.2	Kepelbagaian Kaedah Penyelesaian Bagi Masalah Nilai Sempadan Dua Titik	31
2.3	Kepelbagaian Kaedah Penyelesaian Bagi Persamaan Resapan Satu Matra	34
2.4	Perkembangan Famili B-Splin	37
2.5	Perkembangan Kaedah Penyelesaian Sistem Persamaan Linear	40
2.5.1	Sorotan Kaedah Lelaran Gauss-Seidel	41
2.5.2	Sorotan Kaedah Lelaran Pengenduran Berlebihan Berturut-turut Kaud	42
2.5.3	Sorotan Kaedah Lelaran Pengenduran Berlebihan Berpecutan Kaud	43
2.5.4	Sorotan Kaedah Lelaran Pengenduran Berlebihan Berturut-turut Kaud Terubahsuai	45
2.5.5	Sorotan Kaedah Lelaran Pengenduran Berlebihan Berpecutan Kaud Terubahsuai	46
2.6	Asas Kriteria Penumpuan Kaedah Lelaran	46
2.7	Analisis Kadar Penumpuan	48
BAB 3	PERUMUSAN B-SPLIN KUBIK KE ATAS PERMASALAHAN KAJIAN	51
3.1	Pengenalan	51
3.2	Jenis-jenis Interpolasi	52
3.2.1	Interpolasi Polinomial	53
3.2.2	Interpolasi Newton	54
3.2.3	Interpolasi Lagrange	55
3.2.4	Interpolasi Spline	55
3.2.5	Interpolasi B-Spline	58
3.3	Pemerihalan Pembinaan Rangkaian Grid	59
3.4	Pembinaan Interpolasi B-Spline Sebagai Peringkat	62

3.4.1	Interpolasi B-Splin Linear	63
3.4.2	Interpolasi B-Splin Kuadratik	63
3.4.3	Interpolasi B-Splin Kubik	64
3.5	Pendiskretan B-Splin Kubik Ke Atas Permasalahan Kajian	65
3.5.1	Persamaan Penghampiran B-splin Kubik Ke Atas Masalah Nilai Sempadan Dua Titik	66
a.	Persamaan Penghampiran B-splin Kubik Sapuan Penuh	67
b.	Persamaan Penghampiran B-splin Kubik Sapuan Separuh	72
c.	Persamaan Penghampiran B-splin Kubik Sapuan Suku	78
3.5.2	Persamaan Penghampiran B-splin Kubik Ke Atas Persamaan Resapan Satu Matra	84
a.	Persamaan Penghampiran B-splin Kubik Sapuan Penuh	85
b.	Persamaan Penghampiran B-splin Kubik Sapuan Separuh	88
c.	Persamaan Penghampiran B-splin Kubik Sapuan Suku	90
3.6	Penyelesaian B-Splin Berlelar Ke Atas Sistem Persamaan Linear	93
3.2.1	Perumusan Famili Kaedah Lelaran GS	94
3.2.2	Perumusan Famili Kaedah Lelaran KSOR	96
3.2.3	Perumusan Famili Kaedah Lelaran KAOR	99
3.2.4	Perumusan Famili Kaedah Lelaran MKSOR	102
3.2.5	Perumusan Famili Kaedah Lelaran MKAOR	105
3.7	Rumus Pengiraan Bagi Peratusan Penurunan	108
BAB 4	PENYELESAIAN B-SPLIN KUBIK BAGI MASALAH NILAI SEMPADAN DUA TITIK	110
4.1	Pengenalan	110
4.2	Pemerihalan Ujikaji Berangka Bagi Penyelesaian Masalah Nilai Sempadan Dua Titik	110
4.2.1	Pelaksanaan Lelaran Titik Bagi Penyelesaian B-splin Kubik	112
a.	Persamaan Penghampiran B-splin Kubik Dengan Famili Kaedah Lelaran GS, KSOR, KAOR, MKSOR dan MKAOR.	112
b.	Keputusan Ujikaji Berangka dan Perbincangan	113
4.2.2	Analisis Kekompleksan Pengiraan	130
4.3	Rumusan Perbincangan	131

BAB 5	PENYELESAIAN B-SPLIN KUBIK BAGI PERSAMAAN	133
	RESAPAN SATU MATRA	
5.1	Pengenalan	133
5.2	Pemerihalan Ujikaji Berangka Bagi Penyelesaian Persamaan Resapan Satu Matra	133
5.2.1	Pelaksanaan Lelaran Titik Bagi Penyelesaian B-splin Kubik	135
a.	Persamaan Penghampiran B-splin Kubik Dengan Famili Kaedah Lelaran GS, KSOR, KAOR, MKSOR dan MKAOR.	136
b.	Keputusan Ujikaji Berangka dan Perbincangan	136
5.2.2	Analisis Kekompleksan Pengiraan	153
5.3	Rumusan Perbincangan	154
BAB 6	KESIMPULAN DAN CADANGAN	156
6.1	Rumusan Dapatan Kajian	156
6.2	Sumbangan Kajian	157
6.3	Cadangan Penyelidikan Pada Masa Akan Datang	159
	RUJUKAN	161
	SENARAI PENERBITAN	173

SENARAI RAJAH

	Muka Surat
Rajah 1.1 Lengkung B-splin kuadratik	3
Rajah 1.2 Lengkung B-splin tertutup	4
Rajah 1.3 Kepelbagaian kaedah lelaran	21
Rajah 1.4 Klasifikasi umum terhadap kaedah lelaran titik yang dipertimbangkan	24
Rajah 1.5 Skop kajian	26
Rajah 3.1 Rangka kerja penyelesaian terhadap permasalahan kajian	52
Rajah 3.2 Taburan titik nod seragam masalah nilai sempadan dua titik pada domain penyelesaian satu matra bagi kes sapuan a) penuh, b) separuh dan c) suku.	59
Rajah 3.3 Taburan titik nod seragam persamaan resapan pada domain penyelesaian satu matra bagi kes sapuan a) penuh, b) separuh dan c) suku pada $n=8$.	62
Rajah 3.4 Carta aliran bagi lelaran GS	96
Rajah 3.5 Carta aliran bagi lelaran KSOR	99
Rajah 3.6 Carta aliran bagi lelaran KAOR	102
Rajah 3.7 Carta aliran bagi lelaran MKSOR	105
Rajah 3.8 Carta aliran bagi lelaran MKAOR	108
Rajah 4.1 Perbandingan bilangan lelaran dengan skema B-splin kubik ke atas Masalah Ujikaji (a) 4.1, (b) 4.2 dan (c) 4.3 bagi famili kaedah lelaran FSGS, HSGS dan QSGS	115
Rajah 4.2 Perbandingan masa lelaran dengan skema B-splin kubik ke atas Masalah Ujikaji (a) 4.1, (b) 4.2 dan (c) 4.3 bagi famili kaedah lelaran FSGS, HSGS dan QSGS.	116
Rajah 4.3 Perbandingan bilangan lelaran dengan skema B-splin kubik ke atas Masalah Ujikaji (a) 4.1, (b) 4.2 dan (c) 4.3 bagi famili kaedah lelaran FSKSOR, HSKSOR dan QSKSOR	117
Rajah 4.4 Perbandingan masa lelaran dengan skema B-splin kubik ke atas Masalah Ujikaji (a) 4.1, (b) 4.2 dan (c) 4.3 bagi famili kaedah lelaran FSKSOR, HSKSOR dan QSKSOR	118
Rajah 4.5 Perbandingan bilangan lelaran dengan skema B-splin kubik	119

	ke atas Masalah Ujikaji (a) 4.1, (b) 4.2 dan (c) 4.3 bagi famili kaedah lelaran FSKAOR, HSKAOR dan QSKAOR	
Rajah 4.6	Perbandingan masa lelaran dengan skema B-splin kubik ke atas masalah ujikaji (a) 4.1, (b) 4.2 dan (c) 4.3 bagi famili kaedah lelaran FSKAOR, HSKAOR dan QSKAOR	120
Rajah 4.7	Perbandingan bilangan lelaran dengan skema B-splin kubik ke atas masalah ujikaji (a) 4.1, (b) 4.2 dan (c) 4.3 bagi famili kaedah lelaran FSMKSOR, HSMKSOR dan QSMKSOR	121
Rajah 4.8	Perbandingan masa lelaran dengan skema B-splin kubik ke atas masalah ujikaji (a) 4.1, (b) 4.2 dan (c) 4.3 bagi famili kaedah lelaran FSMKSOR, HSMKSOR dan QSMKSOR	122
Rajah 4.9	Perbandingan bilangan lelaran dengan skema B-splin kubik ke atas masalah ujikaji (a) 4.1, (b) 4.2 dan (c) 4.3 bagi famili kaedah lelaran FSMKAOR, HSMKAOR dan QSMKAOR	123
Rajah 4.10	Perbandingan masa lelaran dengan skema B-splin kubik ke atas masalah ujikaji (a) 4.1, (b) 4.2 dan (c) 4.3 bagi famili kaedah lelaran FSMKAOR, HSMKAOR dan QSMKAOR	124
Rajah 5.1	Perbandingan bilangan lelaran dengan skema B-splin kubik ke atas masalah ujikaji (a) 5.1, (b) 5.2 dan (c) 5.3 bagi famili kaedah lelaran FSGS, HSGS dan QSGS	138
Rajah 5.2	Perbandingan masa lelaran dengan skema B-splin kubik ke atas masalah ujikaji (a) 5.1, (b) 5.2 dan (c) 5.3 bagi famili kaedah lelaran FSGS, HSGS dan QSGS	139
Rajah 5.3	Perbandingan bilangan lelaran dengan skema B-splin kubik ke atas masalah ujikaji (a) 5.1, (b) 5.2 dan (c) 5.3 bagi famili kaedah lelaran FSKSOR, HSKSOR dan QSKSOR	140
Rajah 5.4	Perbandingan masa lelaran dengan skema B-splin kubik ke atas masalah ujikaji (a) 5.1, (b) 5.2 dan (c) 5.3 bagi famili kaedah lelaran FSKSOR, HSKSOR dan QSKSOR	141
Rajah 5.5	Perbandingan bilangan lelaran dengan skema B-splin kubik ke atas masalah ujikaji (a) 5.1, (b) 5.2 dan (c) 5.3 bagi famili kaedah lelaran FSKAOR, HSKAOR dan QSKAOR	142
Rajah 5.6	Perbandingan masa lelaran dengan skema B-splin kubik ke atas masalah ujikaji (a) 5.1, (b) 5.2 dan (c) 5.3 bagi famili	143

	kaedah lelaran FSKAOR, HSKAOR dan QSKAOR	
Rajah 5.7	Perbandingan bilangan lelaran dengan skema B-splin kubik ke atas masalah ujikaji (a) 5.1, (b) 5.2 dan (c) 5.3 bagi famili kaedah lelaran FSMKSOR, HSMKSOR dan QSMKSOR	144
Rajah 5.8	Perbandingan masa lelaran dengan skema B-splin kubik ke atas masalah ujikaji (a) 5.1, (b) 5.2 dan (c) 5.3 bagi famili kaedah lelaran FSMKSOR, HSMKSOR dan QSMKSOR	145
Rajah 5.9	Perbandingan bilangan lelaran dengan skema B-splin kubik ke atas masalah ujikaji (a) 5.1, (b) 5.2 dan (c) 5.3 bagi famili kaedah lelaran FSMKAOR, HSMKAOR dan QSMKAOR	146
Rajah 5.10	Perbandingan masa lelaran dengan skema B-splin kubik ke atas masalah ujikaji (a) 5.1, (b) 5.2 dan (c) 5.3 bagi famili kaedah lelaran FSMKAOR, HSMKAOR dan QSMKAOR	147



UMS
UNIVERSITI MALAYSIA SABAH

SENARAI JADUAL

	Muka Surat
Jadual 1.1 Jenis-jenis kaedah penyelesaian sistem persamaan linear	4
Jadual 4.1 Perbandingan bilangan lelaran, masa lelaran dan ralat maksimum bagi famili kaedah lelaran GS, KSOR, KAOR, MKSOR dan MKAOR ke atas Masalah Ujikaji 4.1.	125
Jadual 4.2 Perbandingan bilangan lelaran, masa lelaran dan ralat maksimum bagi famili kaedah lelaran GS, KSOR, KAOR, MKSOR dan MKAOR ke atas Masalah Ujikaji 4.2	126
Jadual 4.3 Perbandingan bilangan lelaran, masa lelaran dan ralat maksimum bagi famili kaedah lelaran GS, KSOR, KAOR, MKSOR dan MKAOR ke atas Masalah Ujikaji 4.3	127
Jadual 4.4 Peratusan penurunan bilangan lelaran bagi famili kaedah lelaran dibandingkan dengan kaedah lelaran FSGS ke atas masalah ujikaji 4.1, 4.2 dan 4.3	128
Jadual 4.5 Peratusan penurunan masa lelaran bagi famili kaedah lelaran dibandingkan dengan kaedah lelaran FSGS ke atas masalah ujikaji 4.1, 4.2 dan 4.3	128
Jadual 4.6 Bilangan operasi aritmetik per lelaran untuk satu titik nod bagi famili kaedah lelaran ke atas Masalah Ujikaji 4.1, 4.2 dan 4.3	131
Jadual 5.1 Perbandingan bilangan lelaran, masa lelaran dan ralat maksimum bagi famili kaedah lelaran GS, KSOR, KAOR, MKSOR dan MKAOR ke atas Masalah Ujikaji 5.1	148
Jadual 5.2 Perbandingan bilangan lelaran, masa lelaran dan ralat maksimum bagi famili kaedah lelaran GS, KSOR, KAOR, MKSOR dan MKAOR ke atas Masalah Ujikaji 5.2	149
Jadual 5.3 Perbandingan bilangan lelaran, masa lelaran dan ralat maksimum bagi famili kaedah lelaran GS, KSOR, KAOR, MKSOR dan MKAOR ke atas Masalah Ujikaji 5.3	150
Jadual 5.4 Peratusan penurunan bilangan lelaran bagi famili kaedah lelaran dibandingkan dengan kaedah lelaran FSGS ke atas Masalah Ujikaji 5.1, 5.2 dan 5.3	151

Jadual 5.5	Peratusan penurunan masa lelaran bagi famili kaedah lelaran dibandingkan dengan kaedah lelaran FSGS ke atas Masalah Ujikaji 5.1, 5.2 dan 5.3	151
Jadual 5.6	Bilangan operasi aritmetik per lelaran untuk satu titik nod bagi famili kaedah lelaran ke atas masalah ujikaji 5.1, 5.2 dan 5.3	155



UMS
UNIVERSITI MALAYSIA SABAH

SENARAI ALGORITMA

	Muka Surat
Algoritma 3.1 Skema Lelaran GS Sapuan Penuh	95
Algoritma 3.2 Skema Lelaran GS Sapuan Separuh	95
Algoritma 3.3 Skema Lelaran GS Sapuan Suku	95
Algoritma 3.4 Skema Lelaran KSOR Sapuan Penuh	98
Algoritma 3.5 Skema Lelaran KSOR Sapuan Separuh	98
Algoritma 3.6 Skema Lelaran KSOR Sapuan Suku	98
Algoritma 3.7 Skema Lelaran KAOR Sapuan Penuh	100
Algoritma 3.8 Skema Lelaran KAOR Sapuan Separuh	101
Algoritma 3.9 Skema Lelaran KAOR Sapuan Suku	101
Algoritma 3.10 Skema Lelaran MKSOR Sapuan Penuh	103
Algoritma 3.11 Skema Lelaran MKSOR Sapuan Separuh	104
Algoritma 3.12 Skema Lelaran MKSOR Sapuan Suku	104
Algoritma 3.13 Skema Lelaran MKAOR Sapuan Penuh	106
Algoritma 3.14 Skema Lelaran MKAOR Sapuan Separuh	107
Algoritma 3.15 Skema Lelaran MKAOR Sapuan Suku	107

SENARAI SIMBOL

$+$	- Penambahan
$-$	- Penolakan
$=$	- Sama dengan
$<$	- Kecil daripada
$\leq$	- Kecil atau sama daripada
Σ	- Penjumlahan
$\in$	- Unsur kepada
∂	- Delta
F	- Fungsi nilai nyata
$\ A\ $	- Norma matriks A
h	- Saiz subselang
ε	- Ralat toleransi
n	- Saiz grid
$n - 1$	- Bilangan titik nod kedalaman dalam penyelesaian domain
C_i	- Titik kawalan bagi B-splin
$y(x_0)$	- Sempadan sebelah kiri
$y(x_n)$	- Sempadan sebelah kanan
$\omega_1^*, \omega_2^*, Z_1^*, Z_2^*$	- Parameter pemberat
$c_i^{(k)}$	- Vektor yang tidak diketahui pada lelaran k
$c_i^{(k+1)}$	- Vektor yang tidak diketahui pada lelaran $k + 1$

SENARAI SINGKATAN

1D	-	Satu Matra
ADM	-	Kaedah Penguraian Adomian
AOR	-	Pengenduran Berlebihan Berpecutan
BTCS	-	Beza Belakang Masa Dan Pusatan Ruang
EDGAOR	-	Kumpulan Tak Tersirat Nyahpasangan AOR
FDM	-	Kaedah Beza Terhingga
FEM	-	Kaedah Unsur Terhingga
FSGS	-	Gauss-Seidel
FSKAOR	-	Pengenduran Berlebihan Berpecutan Kaudh Sapuan Penuh
FSKSOR	-	Pengenduran Berlebihan Berturut-turut Kaudh Sapuan Penuh
FSMKSOR	-	Pengenduran Berlebihan Berturut-turut Kaudh Terubahsuai Sapuan Penuh
FSMKAOR	-	Pengenduran Berlebihan Berpecutan Kaudh Terubahsuai Sapuan Penuh
FTCS	-	Beza Depan Masa Dan Pusatan Ruang
GS	-	Gauss-Seidel
GSSOR	-	SOR simetri teritlak
HSAM	-	Min Aritmetik Sapuan Separuh
HSGM	-	Min Geometri Sapuan Separuh
HSGS	-	Gauss-Seidel Sapuan Separuh
HSIADE	-	Tak Tersirat Penguraian Berselang-Seli Sapuan Separuh
HSKSOR	-	Pengenduran Berlebihan Berturut-turut Kaudh Sapuan Separuh
HSKAOR	-	Pengenduran Berlebihan Berpecutan Kaudh Sapuan Separuh
HSMKSOR	-	Pengenduran Berlebihan Berturut-turut Kaudh Terubahsuai Sapuan Separuh
HSMKAOR	-	Pengenduran Berlebihan Berpecutan Kaudh Terubahsuai Sapuan Separuh
HPM	-	Kaedah Usikan Homotopi
HPTM	-	Kaedah Jelmaan Usikan Homotopi

HSSOR	-	Pengenduran Berlebihan Berturut-turut Sapuan Separuh
KAOR	-	Pengenduran Berlebihan Berpecutan Kaud
KSOR	-	Pengenduran Berlebihan Berturut-turut Kaud
MKSOR	-	Pengenduran Berlebihan Berturut-turut Kaud Terubahsuai
MKAOR	-	Pengenduran Berlebihan Berpecutan Kaud Terubahsuai
ODE	-	Persamaan Terbitan Biasa
PDE	-	Persamaan Terbitan Separa
QSAGE	-	Tak Tersirat Kumpulan Berselang-Seli Sapuan Suku
QSIAD	-	Tak Tersirat Penguraian Berselang-Seli Sapuan Suku
QSKAOR	-	Pengenduran Berlebihan Berpecutan Kaud Sapuan Suku
QSKSOR	-	Pengenduran Berlebihan Berturut-turut Kaud Sapuan Suku
QSMKAOR	-	Pengenduran Berlebihan Berpecutan Kaud Terubahsuai Sapuan Suku
QSMKSOR	-	Pengenduran Berlebihan Berturut-turut Kaud Terubahsuai Sapuan Suku
QSMSOR	-	Pengenduran Berlebihan Berturut-turut Terubahsuai Sapuan Suku
QSGS	-	Gauss-Seidel Sapuan Suku
SOR	-	Pengenduran Berlebihan Berturut-turut
VIM	-	Kaedah Lelaran Ubahan

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Pengenalan

Penyelesaian kaedah berangka ke atas permasalahan nilai sempadan linear dan tak linear mempunyai kepentingan yang meluas merangkumi semua aspek kerana ia digunakan dalam bidang sains, fizik, dan juga kejuruteraan (Atay dan Coskun, 2008). Menurut Atay dan Coskun (2008) lagi, pelbagai kaedah berangka boleh digunakan untuk mengkaji mengenai permasalahan ini menerusi kaedah beza terhingga (FDM), kaedah unsur terhingga (FEM), kaedah splin, kaedah B-splin kuadratik, kubik dan kuartik. Oleh demikian, perbincangan kajian ini akan memfokuskan kepada penyelesaian kaedah B-splin dalam mengkaji penyelesaian kaedah berangka terhadap masalah nilai sempadan dua titik dan persamaan resapan satu matra.

Menurut Devore dan Ron (2005), Iso Schoenberg merupakan "bapa splin" telah mencipta perkataan splin pada tahun 1946 yang merujuk kepada fungsi yang digunakan dalam aplikasi data lelaran dan juga penghalusan. Wahba (1990) menunjukkan bahawa splin memiliki sifat-sifat statistik yang berguna untuk menganalisis hubungan dalam regresi. Secara umumnya, kaedah splin ini diperkenalkan untuk meminimumkan ukuran yang sesuai bagi data yang tidak licin dan memperbaiki serta memperhalusi lagi kaedah lain yang menghadapi masalah kekangan interpolasi seperti kamiran lekukan kuasa dua. Splin merupakan salah satu fungsi polinomial cebis demi cebis yang fleksibel terhadap suatu fungsi atau data disebabkan sifat tersegmen yang terdapat pada splin.

Namun, kaedah splin juga mempunyai kelemahan dalam menyelesaikan permasalahan yang berkaitan nilai sempadan apabila ia melibatkan splin yang

berperingkat tinggi, jumlah titik yang banyak dan kedudukan titik-titik nod yang terlalu dekat.

Oleh demikian, bagi menambak kelemahan-kelemahan yang terdapat pada kaedah splin, kaedah B-splin telah diperkenalkan.

Kaedah B-splin diasaskan oleh seorang lelaki Perancis yang merupakan seorang ahli matematik dan jurutera, Pierre Bezier. Kaedah ini secara asasnya berdasarkan teori-teori yang telah dikembangkan oleh P. de Casteljaou tetapi Pierre Bezier memperbaiki segala kelemahan yang ada supaya menjadi suatu teori yang kukuh. Beliau telah mengembangkan kaedah ini pada awal 1960 dan digunakan untuk merekabentuk badan kereta (Choi *et al.*, 2012).

Lengkung B-splin boleh dibina dengan sebarang jumlah titik kawalan. Bilangan titik nod yang dipertimbangkan dalam kajian juga disebut sebagai titik kawalan. Contohnya $y(x)$ adalah fungsi bagi parameter x , maka lengkung B-splin dapat ditakrifkan sebagai

$$y(x) = \sum_{i=0}^n C_i \cdot \beta_{i,d}(x), \quad 0 \leq x \leq 1 \quad (1.1)$$

dengan C_i adalah titik kawalan dan $\beta_{i,d}(x)$ adalah fungsi asas B-splin.

Fungsi asas B-splin boleh ditakrifkan secara rekursif. Definisi rekursif digunakan untuk kaedah berangka yang diterokai sendiri oleh Cox pada tahun 1971 dan de Boor pada tahun 1972. Rumus rekursif dapat dinyatakan sebagai (Botella dan Shariff, 2003)

$$\beta_{i,d}(x) = \frac{x-x_i}{x_{i+d}-x_i} \beta_{i,d-1}(x) + \frac{x_{i+d+1}-x_{i+1}}{x_{i+d}-x_{i+1}} \beta_{i+1,d-1}(x) \quad (1.2)$$

dengan syarat,

$$\beta_{i,0}(x) = \begin{cases} 1 & , x \in [x_i, x_{i+1}] \\ 0 & , \text{selainnya} \end{cases} \quad (1.3)$$

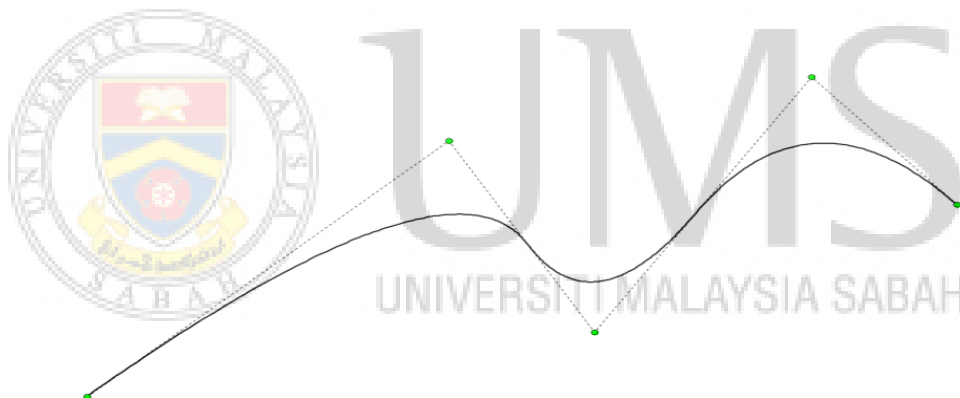
di mana $\beta_{i,d}(x)$ mewakili fungsi asas Cox de Boor yang bertindak sebagai fungsi adunan terhadap titik kawalan yang ke- i manakala x_i pula mewakili unsur vektor nod yang ke- i .

Vektor nod merupakan satu set jujukan nombor yang tidak menyusut,

$$\tau = \{x_0 \quad x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_m\} \in [a, b] \quad (1.4)$$

dengan $m = n + d + 1$ di mana m , n dan d masing-masing mewakili bilangan titik nod, bilangan titik kawalan dan peringkat bagi lengkung B-splin.

Oleh demikian, persamaan (1.1) iaitu lengkung B-splin dapat dihasilkan menerusi persamaan (1.2) dan (1.3). Rajah 1.1 merupakan contoh lengkung B-splin kuadratik yang diperoleh daripada persamaan (1.1).



Rajah 1.1 : Lengkung B-splin kuadratik

Rajah 1.2 pula menunjukkan contoh lengkung B-splin tertutup yang mempunyai 5 titik kawalan.