PUMS 99:1

UNIVERSITI MALAYSIA SABAH

BORANG PENGESAHAN STATUS TESIS@

JUDUL: PERSAMAAN DIOPHANTINE : MENYELESAIKAN PERSAMAAN DIOPHANTINE LINEAR

Ijazah: SARJANA MUDA SAINS DENGAN KEPUJIAN

SESI PENGAJIAN: 2004/2005

Saya HEMAVATHI A/P RAMULU

(HURUF BESAR)

mengaku membenarkan tesis (LPS/Sarjana/Doktor Falsafah)* ini disimpan di Perpustakaan Universiti Malaysia Sabah dengan syarat-syarat kegunaan seperti berikut:

1. Tesis adalah hakmilik Universiti Malaysia Sabah.
2. Perpustakaan Universiti Malaysia Sabah dibenarkan membuat salinan untuk tujuan pengajian sahaja.
3. Perpustakaan dibenarkan membuat salinan tesis ini sebagai bahan pertukaran antara institusi pengajian tinggi.
4. **Sila tandakan (/)

[ ]	SULIT	(Mengandungi maklumat yang berdarjah keselamatan atau kepentingan Malaysia seperti yang termaktub di dalam AKTA RAHSIA RASMI 1972)
[✓]	TERHAD	(Mengandungi maklumat TERHAD yang telah ditentukan oleh organisasi/badan di mana penyelidikan dijalankan)
[ ]	TIDAK TERHAD	

Disahkan oleh

(TANDATANGAN PENULIS)

(TANDATANGAN PUSTAKAWAN)

Alamat Tetap: LOT 2A, PARIT SATU, 36300 SUNGAI SUMUN, PERAK

EN. RAJASEGERAN RAMASAMY

Nama Penyelia

Tarikh: 18/4/2007

Tarikh: 18/4/2007

CATATAN: * Potong yang tidak berkenaan.

** Jika tesis ini SULIT atau TERHAD, sila lampirkan surat daripada pihak berkuasa/organisasi berkenaan dengan menyatakan sekali sebab dan tempoh tesis ini perlu dikelaskan sebagai SULIT dan TERHAD.

@ Tesis dimaksudkan sebagai tesis bagi Ijazah Doktor Falsafah dan Sarjana secara penyelidikan, atau disertasi bagi pengajian secara kerja kursus dan penyelidikan, atau Laporan Projek Sarjana Muda (LPSM).

PERSAMAAN DIOPHANTINE : MENYELESAIKAN PERSAMAAN DIOPHANTINE LINEAR

HEMAVATHI A/P RAMULU

DISERTASI INI DIKEMUKAKAN UNTUK MEMENUHI
SEBAHAGIAN DARIPADA SYARAT MEMPEROLEHI IJAZAH
SARJANA MUDA SAINS DENGAN KEPUJIAN

PROGRAM MATEMATIK DENGAN KOMPUTER GRAFIK
SEKOLAH SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITI MALAYSIA SABAH

APRIL 2007

PENGAKUAN

Saya akui karya ini adalah hasil kerja saya sendiri kecuali nukilan dan ringkasan yang setiap satunya telah dijelaskan sumbernya.

18 April 2007

HEMAVATHI A/P RAMULU

HS2004-2170

PENGESAHAN PEMERIKSA

DIPERAKUI OLEH

TANDATANGAN

1. PENYELIA
(EN. RAJASEGERAN RAMASAMY)

2. PEMERIKSA
(CIK. KHADIZAH GHAZALI)

3. DEKAN
(SUPT./KS PROF. MADYA DR. SHARIFF A.K.OMANG)

PENGHARGAAN

Saya ingin merakamkan jutaan penghargaan terima kasih kepada penyelia projek, En. Rajasegeran Ramasamy atas segala tunjuk ajar dan bimbingan beliau dalam melaksanakan projek ini. Beliau juga telah banyak meluangkan masa memberikan panduan dan tunjuk ajar serta sokongan moral kepada saya untuk menjayakan projek ini.

Selain itu, saya juga mengucapkan ribuan terima kasih kepada kedua ibu bapa saya serta ahli keluarga yang telah banyak memberikan sokongan moral dalam menjayakan projek ini.

Saya juga ingin merakamkan jutaan terima kasih kepada rakan-rakan saya yang telah membantu saya dalam menyiapkan projek ini. Tidak lupa juga kepada mereka yang terlibat secara langsung atau tidak langsung dalam menjayakan projek ini.

ABSTRAK

Kajian ini dijalankan untuk menyelesaikan dan membandingkan cara penyelesaiannya menggunakan tiga kaedah iaitu pembahagi sepunya terbesar, pecahan berlanjar dan kekongruenan linear secara manual. Suatu program dibangunkan dengan menggunakan pangaturcaraan C++ untuk menentusahkan kesahihan penyelesaian secara manual bagi kaedah pecahan berlanjar dan kekongruenan linear. Program bagi kaedah pembahagi sepunya terbesar tidak dapat dihasilkan kerana cara belakang menggunakan algoritma Euclid sangat kompleks untuk ditulis dalam pengaturcaraan C++. Selain itu, program untuk mencari pembahagi sepunya terbesar turut dibangunkan. Sebanyak lima contoh persamaan Diophantine linear yang berlainan diselesaikan secara manual. Penyelesaian terakhir bagi pembolehubah x dan y dengan menggunakan tiga kaedah ini adalah berbentuk persamaan berparameter, t yang berlainan. Microsoft Excel digunakan untuk mencari sebahagian penyelesaian dalam bentuk integer dengan menggantikan nilai integer t daripada selang -100 hingga 100. Oleh itu, nilai integer t yang berlainan bagi persamaan berparameter bagi tiga kaedah ini akan memberi hasil penyelesaian yang sama bagi suatu persamaan tersebut. Perbandingan antara ketiga-tiga kaedah ini dilakukan dari segi langkah pengiraan, penyelesaian terakhir dan program yang dibangunkan. Kajian mendapati bahawa penggunaan kaedah kekongruenan linear lebih mudah dan cepat dalam menyelesaikan persamaan ini.

DIOPHANTINE EQUATION: SOLVING LINEAR DIOPHANTINE EQUATION

ABSTRACT

This research is done to solve and compare solving methods manually by using three different methods which include greatest common divisor, continued fraction and linear congruence. A new program is being designed by using C++ programming to prove the validity of manual solving for continued fraction and linear congruence method. Programming for greatest common divisor cannot be designed because the backward method for Euclid algorithm was complex to be done using C++ programming. Besides that, another program to find greatest common divisor is also being designed. About five different examples of linear Diophantine equation are solved manually. The final solution for x and y variables using these three methods are obtained differently are in the form parametric equation, t. Microsoft Excel is used to solve a part of the equation in an integer form by replacing integer t value between -100 until 100. Therefore, different values of the integer t for parametric equation for these methods will give the same final solution for a given equation. Comparison is done between all three methods based on solving steps, final solution and the program designed. Based on the research, linear congruence method is an easier and faster method in solving this equation.

KANDUNGAN

SENARAI JADUAL

No. Jadual | Muka Surat

SENARAI RAJAH

No. Rajah | Muka Surat

SENARAI SIMBOL

$<$	kurang daripada
$>$	lebih daripada
$\leq$	kurang atau sama dengan
$\geq$	lebih atau sama dengan
$\lvert x \rvert$	modulas x
$=$	sama dengan
$\equiv$	setara
$\neq$	tidak sama dengan
$\pm$	nilai positif negatif
$\in$	unsur
Z	integer
$\{\}$	tatatanda set
$a \mid b$	b dibahagi a
$a \nmid b$	b tidak dibahagi a
gcd(a,b)	pembahagi sepunya terbesar a dan b
mod(b)	modulo b

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 PENGENALAN

Persamaan Diophantine merupakan satu kaedah penyelesaian persamaan yang menghasilkan penyelesaian dalam bentuk integer. Persamaan Diophantine merupakan salah satu subjek yang tertua dalam dunia matematik yang dikenali sebagai Teori Nombor (Schroeder, 1984). Persamaan ini telah lama diabaikan dan tidak diajar di peringkat persekolahan ataupun prasiswazah di negara kita.

Sebenarnya kita selalu menggunakan persamaan ini dalam kehidupan seharian tanpa disedari. Misalnya, semasa kita berada di pejabat pos dan ingin membeli setem. Katakan ingin membeli setem untuk 84 sen dan hanya tinggal setem 6 sen dan 15 sen. Oleh itu, kita perlu memikirkan bilangan kombinasi setem 6 sen dan 15 sen yang diperlukan. Secara tidak langsung dalam situasi sebegini sebenarnya kita akan menggunakan persamaan Diophantine untuk menyelesaikannya. Ini kerana, bilangan setem mesti dalam bentuk integer positif. Dengan itu, kita boleh menyatakan bahawa persamaan Diophantine memang mempunyai banyak aplikasi dalam kehidupan seharian.

Persamaan Diophantine boleh dibahagikan kepada beberapa bahagian seperti persamaan Diophantine linear dan persamaan Diophantine tak linear. Persamaan ini boleh dikembangkan sehingga polinomial yang kompleks.

Setakat ini, masih tiada ahli matematik yang dapat menentukan satu kaedah yang umum sama ada persamaan Diophantine mempunyai satu penyelesaian atau untuk mencari semua penyelesaian yang wujud (Niven *et al.*, 1991). Sebenarnya, bukan semua persamaan Diophantine mempunyai penyelesaiannya. Oleh itu, beberapa kaedah yang digunakan untuk menyelesaikannya akan dibincangkan dalam bahagian metodologi.

1.2 LATAR BELAKANG

Persamaan Diophantine mendapat nama sempena ahli matematik Greek yang terkenal iaitu Diophantus. Beliau telah mendalami dan menghasilkan beberapa teorem pada abad ke-3 dalam subjek ini. Beliau telah menulis sebuah buku iaitu *Arithmetica* yang dikenali antara buku paling awal dalam algebra. Beliau juga salah satu ahli matematik yang awal sekali memperkenalkan simbol dalam algebra (Rosen, 2005).

Latar belakang beliau tidak begitu diketahui melainkan beliau tinggal di Alexandria sekitar 250 S.M. Satu-satunya sumber mengenai kehidupan beliau ditemui dalam koleksi *Greek Anthology*. Beliau telah meninggal dunia pada umur 84 tahun. Riwayat hidupnya boleh disampaikan dalam bentuk persamaan linear di mana $\frac{1}{6}$ hidupnya dalam zaman kanak-kanak, $\frac{1}{12}$ tahun dalam zaman remaja, $\frac{1}{7}$ tahun dalam

alam perkahwinan, anak lelaki telah lahir selepas 5 tahun berkahwin, anaknya hidup setengah daripada hidup beliau dan beliau meninggal dunia selepas 4 tahun kematian anaknya. Maka persamaan linaer bagi usia beliau adalah seperti berikut:

$$\frac{1}{6}x+\frac{1}{12}x+\frac{1}{7}x+5+\frac{1}{2}x+4=x \tag{1.1}$$

dan penyelesaiannya , x = 84 tahun (Rosen, 2005).

Di samping itu, Brahmagupta juga telah menyumbangkan pada awalnya dalam subjek ini. Beliau merupakan orang pertama telah membincangkan jawapan umum bagi persamaan Diophantine linear yang ditulis dalam buku pada abad ke-7. Beliau dilahirkan di Ujjain, India. Beliau telah mewujudkan beberapa formula dan teorem yang menarik dalam bidang geometri planar, aritmetik dan persamaan kuadratik. Beliau juga telah mewujudkan beberapa simbol algerbra baru dan pemahaman beliau terhadap sistem nombor lebih ke hadapan berbanding kepada masa tersebut (Rosen, 2005).

1.3 JENIS-JENIS PERSAMAAN DIOPHANTINE

1.3.1 Trirangkap Pythagoras

Teorem Pythagoras menyatakan bahawa jumlah kuasa dua panjang dua kaki sebuah segitiga sudut tegak adalah sama dengan kuasa dua panjang hipotenusnya. Formula teorem Pythagoras ialah $x^2 + y^2 = z^2$. Sekiranya nilai x, y dan z adalah dalam bentuk integer positif. Maka persamaan ini akan digelar sebagai trirangkap Pythagoras dan penyelesaiannya setara dengan persamaan Diophantine. Nilai paling kecil bagi trirangkap Pythagoras ialah 3, 4 dan 5 (Benito dan Varona, 2002).

Pythagorean diberi nama sempena ahli matematik iaitu Pythagoras yang dilahirkan di Greek. Beliau telah menjumpai teorem ini dengan sendirinya. Pythagoras telah menubuhkan sebuah sekolah yang terkenal di pelabuhan Greek. Di samping seorang ahli akademik dalam bidang matematik, beliau juga telah menyumbangkan kajian dalam bidang fisologi dan sains (Rosen, 2005).

1.3.2 Teorem terakhir Fermat

Teorem terakhir Fermat menyatakan bahawa persamaan Diophantine $x^n + y^n = z^n$ tidak mempunyai penyelesaian dalam bentuk integer bukan sifar bagi nilai n lebih besar daripada 2. Hipotesis ini telah dinyatakan oleh Fermat dan beliau sendiri telah membuktikan untuk kes $n = 4$. Malangnya, beliau tidak memberi bukti bagi kenyataan ini. Masalah ini dibuktikan tidak mempunyai penyelesaian integer bukan sifar jika n adalah nombor perdana ganjil. Walau bagaimana pun, masih tidak dapat dibuktikan bahawa kenyataan ini benar untuk eksponen nombor perdana tak terhingga (Encyclopaedia, 1989).

Pada tahun 1992, kajian telah menunjukkan bahawa hipotesis Fermat dibuktikan benar bagi eksponen n sehingga 4 000 000 (Burton, 2002). Walaupun sudah lebih daripada 350 tahun, teorem terakhir Fermat masih tidak dapat dibuktikan benar dan ia merupakan salah satu masalah yang terkenal tanpa bukti penyelesaian. Pada tahun 1908, *Royal Society of Science* di Jerman telah menawarkan hadiah sebanyak 100 000 marks kepada orang pertama dapat membuktikan teorem ini (Chee, 1984).

Teorem terakhir Fermat mendapat nama sempena ahli matematik yang terkenal Pierre de Fermat (1601-1665). Beliau telah dilahirkan di Perancis dan merupakan seorang peguam. Fermat telah banyak menyumbangkan dalam penemuan awal bidang kalkukus terbitan, teori kebarangkalian dan optik tetapi beliau paling mengemari bidang teori nombor. Nama beliau sangat sinonim dalam subjek teori nombor (Chee, 1984).

1.3.3 Persamaan Pell

Persamaan Diophantine $x^2 - dy^2 = n$ dengan nilai n sama dengan satu dipanggil persamaan Pell. Persamaan ini mendapat nama daripada John Pell (1611-1685) tetapi beliau hanya memainkan peranan yang kecil dalam menyelesaikan persamaan ini. Euler telah menamai persamaan $x^2 - dy^2 = 1$ sebagai persamaan Pell. Ini kerana, beliau terkeliru dengan buku di mana dalam buku ini Pell telah menokok hasil kerja ahli matematik lain dalam menyelesaikan persamaan $x^2 - 12y^2 = n$. Persamaan Pell sebenarnya dikaji oleh Brahmagupta pada abad ke-6 iaitu lebih kurang 1000 tahun sebelum Pell. Brahmagupta telah menemui satu kaedah untuk menyelesaikan persamaan ini yang dikenali sebagai *samasa* oleh ahli matematik India. Beliau telah menghasilkan beberapa penemuan awal berkaitan persamaan Pell dengan menggunakan kaedah ini. Contoh persamaan Pell yang diutarakan oleh beliau adalah $83x + 1 = y^2$ (Rosen, 2005).

Selain itu, pada abad ke-12 ahli matematik India iaitu Baskara juga telah menemui satu kaedah penyelesaian bagi persamaan Pell. Kaedah ini dipanggil *chakravala* oleh ahli matematik India atau kaedah *cycle*. Beliau telah menyelesaian persamaan Pell dalam bentuk integer bagi d = 8, 11, 32, 61 dan 67 dengan menggunakan kaedah ini (Rosen, 2005).

John Pell telah dilahirkan di England dan anak kepada seorang paderi. Beliau telah mendapat pendidikan di kolej Trinity di Cambridge. Antara hasil penulisan beliau dalam bidang metematik adalah buku *Idea of Mathematic*, beberapa risalah dan artikel. Pada tahun 1661, beliau telah membuat keputusan untuk menjadi paderi dan pada saat kematian beliau hidup dalam keadaan miskin.

1.4 OBJEKTIF KAJIAN

i) Memahami teori matematik dalam penyelesaian persamaan Diophantine linear dengan dua pembolehubah.

ii) Menyelesaikan persamaan Diophantine linear dengan dua pembolehubah menggunakan kaedah pembahagi sepunya terbesar, pecahan berlanjar dan kekongruenan linear secara manual.

iii) Membandingkan penyelesaian bagi persamaan Diophantine linear dengan menggunakan kaedah-kaedah seperti dinyatakan di atas.

iv) Menulis program menggunakan pengaturcaraan C++ untuk menentusahkan kesahihan penyelesaian terakhir yang diperolehi secara manual.

v) Menggunakan *Microsoft Excel* untuk mencari sebahagian penyelesaian terakhir persamaan berparameter, t.

1.5 SKOP KAJIAN

Skop kajian adalah tertumpu kepada menyelesaikan persamaan Diophantine linear dengan dua pembolehubah sahaja. Ini kerana, tiada kaedah khusus bagi menyelesaikan persamaan Diophantine linear bagi lebih daripada dua pembolehubah. Biasanya, persamaan ini akan diselesaikan dengan membentuk persamaan dengan dua pembolehubah. Kaedah-kaedah yang akan digunakan untuk menyelesaikan persamaan Diophantine linear adalah pembahagi sepunya terbesar, pecahan berlanjar dan kekongruenan linear. Selain itu, kaedah-kaedah ini akan dibandingkan kecepatannya dalam menyelesaikan persamaan Diophantine linear secara manual. Oleh itu, pada akhir disertasi ini kita dapat mengetahui kaedah lebih yang sesuai, cepat dan efektif dalam mencari penyelesaian kepada masalah ini.

Program menggunakan pengaturcaraan C++ ditulis bagi menentusahkan kesahihan penyelesaian secara manual bagi kaedah pecahan berlanjar dan kekongruenan linear. Selain itu, program untuk mencari pembahagi sepunya terbesar dan seterusnya mementukan kewujudan penyelesaian turut ditulis. *Microsoft Excel* digunakan untuk mencari sebahagian penyelesaian terakhir persamaan berparameter.

Tumpuan diberikan terhadap persamaan Diophantine linear dengan dua pembolehubah disebabkan oleh kekangan masa yang singkat dalam penyediaan disertasi ini iaitu satu tahun sahaja.

BAB 2

ULASAN LITERATUR

2.1 PENGENALAN

Persamaan Diophantine merupakan persamaan polinomial di mana penyelesaiannya dalam bentuk integer. Masalah persamaan Diophantine biasanya mempunyai bilangan persamaan kurang daripada bilangan pembolehubah. Seterusnya, ia melibatkan pencarian penyelesaian dalam bentuk integer bagi semua persamaan tersebut. Pada masa kini, pembelajaran berkenaan asas masalah matematik Diophantine dikenali sebagai analisis Diophantine (Wikipedia, 2006).

Pelbagai persoalan selalu dipertikaikan dalam mencari penyelesaian bagi masalah persamaan Diophantine. Adakah persamaan ini mempunyai penyelesaian? Adakah persamaan ini mempunyai penyelesaian terhingga atau tak terhingga? Adakah sesuatu kaedah itu boleh memberi kesemua penyelesaian?

Dalam matematik moden, konsep persamaan Diophantine juga digunakan dalam persamaan algebra di mana penyelesaiannya adalah dalam bentuk integer algebra. Penyelesaian dalam bentuk integer merupakan salah satu masalah matematik paling tertua (Encyclopaedia, 1989).

2.2 KAJIAN AWAL PERSAMAAN DIOPHANTINE

Pada permulaan abad ke-2 sebelum Masihi orang Babylon kuno telah berjaya menyelesaikan sistem persamaan dengan dua pembolehubah. Seterusnya, masalah matematik ini telah berkembang secara meluas ke Greek kuno. Sumber ini telah dijumpai dalam buku *Arithmetica* yang ditulis oleh Diophantus pada abad ke-3 di mana mengandungi pelbagai jenis persamaan dan sistem (Encyclopaedia, 1989).

Buku *Arithmetica* tersebut merupakan klasik terunggul bagi Greek kuno di mana telah ditemui semula dan diterjemahkan ke dalam Bahasa Latin sebelum zaman Fermat. Buku ini pada asasnya telah memberi inspirasi kepada Fermat untuk mengkaji dalam bidang teori nombor (Edwards, 1977).

Teori umum bagi penyelesaian persamaan Diophantine darjah satu telah diperkenalkan oleh C. G. Bachet pada abad ke-17. Pada awal abad ke-19 pula, kebanyakan ahli matematik seperti Fermat, J. Wallis, L. Euler, J. L. Lagrange dan C. F. Gauss menumpukan kajian terhadap persamaan Diophantine berbentuk $ax^2+bxy+cy^2+dx+ey+f=0$. Lagrange telah menggunakan pecahan berlanjar dalam kajian beliau terhadap persamaan Diophantine tak homogen umum darjah dua dengan dua pembolehubah. Gauss pula telah membangunkan teori umum bagi bentuk kuadratik di mana merupakan penyelesaian asas bagi sesetengah persamaan Diophantine (Encyclopaedia, 1989).

2.3 PERSAMAAN DIOPHANTINE

Persamaan Diophantine linear paling ringkas adalah dengan dua pembolehubah iaitu $ax + by = c$ di mana *a*, *b*, *c* adalah integer dan *a*, *b* kedua-duanya bukan sifar (Burton, 2002). Persamaan Diophantine polinomial darjah *n* dengan satu pembolehubah adalah seperti berikut:

$$a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n = 0 \tag{2.1}$$

di mana *n* nombor asli dan $a_0, a_1, \cdots a_n$ adalah integer dengan $a_0 \neq 0$ dan $a_n \neq 0$. Kesemua penyelesaian persamaan ini boleh diperolehi dengan pelbagai cubaan terhingga (Sierpinski, 1988).

Persamaan Diophantine darjah dua dengan tiga pembolehubah adalah $x^2 + y^2 = z^2$ dikenali sebagai persamaan Pythagoras (Sierpinski, 1988). Trirangkap Pythagoras ditakrifkan sebagai integer positif *x*, *y*, *z* dengan $\gcd(x, y, z) = 1$ dan $x^2 + y^2 = z^2$ yang diwakili parameter terkenal $x = 2uv$, $y = u^2 - v^2$, $z = u^2 + v^2$ dengan integer *u* dan *v* (http://mathforum.org/library/drmath/sets/select/dm_diophantine. html).

Pada tahun 1637, pertama kalinya Fermat menyatakan dalam teorem terakhir Fermat bahawa persamaan $x^n + y^n = z^n$ tidak mempunyai penyelesaian bagi $n > 2$ dalam integer bagi *x*, *y* dan *z* selain daripada sifar. Beliau mengutarakan teorem ini semasa membaca *Arithmetic* iaitu edisi Backet yang ditulis oleh Diophantus. Dalam buku ini Diophantus membincangkan persamaan $x^2 + y^2 = z^2$ yang mempunyai penyelesaian yang tak terhingga dalam integer. Diophantus merupakan salah seorang ahli matematik paling awal membincangkan persamaan Diophantine (Chee, 1984).

Penyelesaian persamaan Diophantine mempunyai dua tujuan utama dalam mencari penyelesaiannya. Tujuan pertama adalah mencari satu penyelesaian manakala tujuan kedua adalah mencari kesemua penyelesaiannya. Oleh itu, persamaan Diophantine linear dengan satu penyelesaian akan membantu kita mencari kesemua penyelesaiannya. Sistem persamaan Diophantine linear dengan dua persamaan dan tiga pembolehubah boleh dicari penyelesaian dengan menggunakan kaedah piawai iaitu dengan menyingkirkan salah satu pembolehubah supaya mendapat satu persamaan dengan dua pembolehubah (http://MathForum_AskDr_Math.html).

2.4 KAEDAH-KAEDAH PENYELESAIAN

Menurut Schroeder (1984), persamaan Diophantine linear boleh diselesaikan dengan menggunakan kaedah *Gaussian Trick.* Sebenarnya, Gauss merupakan ahli matematik yang telah mengutarakan pendapat bahawa bentuk kongruen bagi $\gcd(a,b)=1$ iaitu

$$ax \equiv c \pmod{b} \tag{2.2}$$

boleh ditulis sebagai

$$x \equiv \frac{c}{a} \pmod{b} \tag{2.3}$$

Dengan itu, proses penambahan dan penggantian gandaan bagi b terhadap a dan c supaya penghapusan mungkin menjadi $\frac{c}{a}$ iaitu suatu pecahan. Contoh masalah bagi kaedah ini adalah seperti berikut

$$27x \equiv 1(\bmod 100) \tag{2.4}$$

Penyelesaiannya ialah

$$x \equiv \frac{1}{27} \equiv \frac{-99}{27} \equiv \frac{-11}{3} \equiv \frac{-111}{3} \equiv -37 \equiv 63(\bmod 100) \tag{2.5}$$

Satu lagi kaedah penyelesaian bentuk kongruen adalah menggunakan algoritma Euclid. Pertama sekali perlu menukarkan bentuk kongruen tersebut ke dalam bentuk persamaan Diophantine. Contoh masalah bentuk kongruen adalah seperti berikut

$$15x \equiv 1(\bmod 11) \tag{2.6}$$

Masalah ini mempunyai penyelesaian kerana $\gcd(15,11) = 1$. Persamaan Diophantine yang setara adalah

$$15x = 11y + 1 \tag{2.7}$$

Alogritma pembahagian Eulid adalah:

$$15 : 11 = 1 + \frac{4}{11} \tag{2.8}$$

$$11 : 4 = 2 + \frac{3}{4} \tag{2.9}$$

$$y = 4 : 3 = 1 + \frac{1}{3} \tag{2.10}$$

$$x = 3 : 1 = 3 + 0 \tag{2.11}$$

Pembahagi terakhir iaitu 1 telah meninggalkan sifar sebagai baki.

Dua pembahagian terakhir memberi penyelesaian iaitu $y = 4$ dan $x = 3$

Selain itu, persamaan Diophantine juga boleh ditafsirkan dalam bentuk geometri. Persamaan Diophantine linear dengan dua pembolehubah boleh dilukis dalam bentuk dua dimensi pada satah *x* dan *y*. Pentafsiran geometri ini boleh diilustrasikan dengan menggunakan contoh persamaan $3y = 4x - 1$. Apabila garis

RUJUKAN

Benito, M. dan Varona, J. L., 2002. Pythagorean Triangles with Legs less than n. *Journal of Computaional and Applied Mathematics* **143**, 117-126.

Burton, D. M., 2002. *Elementary Number Theory*. Ed. ke-5. Mc Graw Hill, NewYork.

Chee, P. S., 1984. Famous Problem II:Fermat's Last Therom. *Menemui Matematik. (Discovering Mathematics)* **6** (1), 1-26.

Edwards, H. M., 1977. *Fermat's Last Theorem A Genetic Introduction to Algebraic Number Theory*. Springer, Berlin Heidelberg.

Encyclopaedia of Mathematics,1989. Volume 3: Diophantine Equation. Klumer Academic Publishers, New York.

Filgueiras, M. dan Tomas, A. P., 1993. *Fast Methods for Solving Linear Diophantine Equations*.

Gilbert, G. T. dan Hatcher, R. L., 2000. *Mathematics Beyond The Numbers*. JohnWiley and Sons, Inc. New York.

Joyce, D., 2006. Math 126 Number Theory. http://Math Forum - Ask Dr_ Math.html.

Kian, T. O., 1979. Continued Fraction and Linear Diophantine Equations. *Menemui Matematik (Discovering Mathematics)* **1** (3), 37-39.

Niven, I., Zuckerman, H. S. dan Montgomery, H. L., 1991. *An Introduction To The Theory of Numbers*. Ed. ke-5. John Wiley and Sons, Inc. New York.

Olds, C. D., 1963. *Continued Fractions*. Random House(New Mathematical Library), New York.

Pythagorean Triples, 2006. http://mathforum.org/library/drmath/sets/select/dm _diop hantine.html.

Rosen, K. H., 2005. *Elementary Number Theory and its Application*. Ed. ke-5. Pearson Addison Wesley, Boston.

Schroeder, M. R., 1984. *Number Theory in Science and Communication with Applications in Cryptography, Physics, Biology, Digital Informations and. Computing*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg.

Sierpinski, W., 1988. *Elementary Theory of Numbers*. Volume 31. Pwn-Polish Scientific Publishers, New York.

Wikipedia-The Free Enyclopaedia, 2006. *Diophantine Equation*.

Xie, G., Dang, Z. dan Ibarra, O. H., 2003. *A Solvable Class of Quadratic Diophantine Equation with Applications to Verification of Infinite-State Systems*.