KUBUS KEAN: VARIASI
KUBUS RUBIK

WOO CHEE KEAN

DISERTASI INI DIKEMUKAKAN UNTUK MEMENUHI
SEBAHAGIAN DARIPADA SYARAT MEMPEROLEHI IJAZAH
SARJANA MUDA SAINS DENGAN KEPUJIAN

PROGRAM MATEMATIK DENGAN KOMPUTER GRAFIK
SEKOLAH SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITI MALAYSIA SABAH

April 2007

PUMS 99:1

UNIVERSITI MALAYSIA SABAH

BORANG PENGESAHAN STATUS TESIS@

DUL: Kubus Kean : Variasi Kubus Rubik

zah: IJAZAH SARJANA MUDA SAINS DENGAN KEPUJIAN

SESI PENGAJIAN: 2004/2005

ya WOO CHEE KEAN

(HURUF BESAR)

ngaku membenarkan tesis (LPS/Sarjana/Doktor Falsafah)* ini disimpan di Perpustakaan Universiti laysia Sabah dengan syarat-syarat kegunaan seperti berikut:

Tesis adalah hakmilik Universiti Malaysia Sabah.
Perpustakaan Universiti Malaysia Sabah dibenarkan membuat salinan untuk tujuan pengajian sahaja.
Perpustakaan dibenarkan membuat salinan tesis ini sebagai bahan pertukaran antara institusi pengajian tinggi.
**Sila tandakan (/)

[ ]	SULIT	(Mengandungi maklumat yang berdarjah keselamatan atau kepentingan Malaysia seperti yang termaktub di dalam AKTA RAHSIA RASMI 1972)
[/]	TERHAD	(Mengandungi maklumat TERHAD yang telah ditentukan oleh organisasi/badan di mana penyelidikan dijalankan)
[ ]	TIDAK TERHAD	

Disahkan oleh

ANDATANGAN PENULIS)

(TANDATANGAN PUSTAKAWAN)

at Tetap: 1202-1, Kg
ek Permai,
Ampang, Selangor

Nama Penyelia

: 19/4/07

Tarikh:

TAN: * Potong yang tidak berkenaan.
** Jika tesis ini SULIT atau TERHAD, sila lampirkan surat daripada pihak berkuasa/organisasi berkenaan dengan menyatakan sekali sebab dan tempoh tesis ini perlu dikelaskan sebagai SULIT dan TERHAD.
@ Tesis dimaksudkan sebagai tesis bagi Ijazah Doktor Falsafah dan Sarjana secara penyelidikan, atau disertasi bagi pengajian secara kerja kursus dan penyelidikan, atau Laporan Projek Sarjana Muda (LPSM).

PENGAKUAN

Saya akui karya ini adalah hasil kerja sendiri kecuali nukilan dan ringkasan yang setiap satunya telah dijelaskan sumbernya.

20 April 2007

WOO CHEE KEAN
HS2004-2767

DIPERAKUKAN OLEH

Tandatangan

1. **PENYELIA**
(Encik Tiong Kung Ming)

2. **PEMERIKSA**
(Cik Suzelawati Zenian)

3. **DEKAN**
(Supt./KS. Prof. Madya. Dr. Shariff A. Kadir S. Omang)

PENGHARGAAN

Di sini saya ingin mengucapkan ribuan terima kasih kepada semua pihak yang telah memberi banyak sumbangan dan sokongan dalam penyelesaian projek ini. Saya berasa bertuah kerana berpeluang untuk menghasilkan projek ini.

Terlebih dahulu saya ingin memberi penghargaan yang tertinggi kepada Encik Tiong Kung Ming sebagai penyelia saya. Terima kasih saya ucapkan kepada beliau kerana mencurahkan segala idea dan keringat untuk menghasilkan projek ini.

Saya juga ingin berterima kasih kepada semua pensyarah bagi kursus Matematik Dengan Komputer Grafik kerana dengan nasihat dan petunjuk daripada mereka, membolehkan saya berpeluang untuk menghasilkan projek ini.

Saya juga ingin berterima kasih kepada semua ahli keluarga dan rakan-rakan yang telah memberi sokongan kepada saya sepanjang masa ini. Dengan sokongan mereka, projek ini dapat diselesaikan sepenuhnya.

Akhir kata, saya ingin mengucapkan terima kasih sekali lagi kepada semua pihak yang telah bersumbang ke atas projek ini.

WOO CHEE KEAN
20 APRIL 2007

ABSTRAK

Kubus Kean merupakan satu variasi bagi Kubus Rubik. Kubus Rubik adalah dibentuk oleh enam muka segiempat ajaib 3×3. Maka ia berbeza daripada Kubus Rubik yang dibentuk oleh enam muka warna yang berlainan. Disebabkan terdapat lapan jenis segiempat ajaib 3×3 yang berlainan jika termasuk putaran dan pantulan, maka wujud banyak corak peyusunan bagi Kubus Kean $3\times3\times3$ apabila menyusun lapan jenis segi empat ajaib 3×3 ke atas enam muka bagi Kubus Kean $3\times3\times3$. Kajian ini mengkaji sama ada tahap kesukaran bagi kedua-dua kubus ini adalah sama atau berbeza, dan juga menentukan sama ada Kubus Kean $3\times3\times3$ lebih senang diselesaikan atau lebih sukar diselesaikan jika dibandingkan dengan Kubus Rubik $3\times3\times3$. Kubus Kean $3\times3\times3$ didapati mempunyai bilangan pilih atur yang lebih tinggi berbanding Kubus Rubik $3\times3\times3$. Ini disebabkan bilangan pilih atur bagi Kubus Rubik $3\times3\times3$ adalah 4.3×10^{19}, tetapi jika meletakkan tanda di atas setiap muka Kubus Rubik $3\times3\times3$, seperti reka bentuk Kubus Kean $3\times3\times3$, maka bilangan pilih atur meningkat daripada 4.3×10^{19} kepada 8.9×10^{22}. Kubus Kean $3\times3\times3$ dan Kubus Rubik $3\times3\times3$ juga dibandingkan melalui masa dan bilangan putaran yang diperlukan untuk menyelesaikan kedua-dua kubus itu. Hasil daripada peningkatan bilangan pilih atur, masa dan bilangan putaran yang diperlukan untuk menyelesaikan Kubus Kean $3\times3\times3$ lebih banyak jika dibandingkan dengan Kubus Rubik $3\times3\times3$.

KEAN'S CUBE: A VARIATION OF RUBIK'S CUBE

ABSTRACT

Kean's Cube is a variation of Rubik's Cube. Kean's Cube is a modification of Rubik's Cube by changing the color on Rubik's Cube to the magic square 3×3. There are eight types of magic square 3×3 if including the rotation and reflection, therefore exist many types of arrangement when putting eight types of magic square onto six faces of Rubik's Cube. This research is to find out whether the difficulty of Kean's Cube $3\times3\times3$ and Rubik's Cube $3\times3\times3$ are different, and to decide whether Kean's Cube $3\times3\times3$ has higher or lower difficulty of solving if compare with Rubik's Cube $3\times3\times3$. Kean's Cube has higher number of cube permutation if compare with Rubik's Cube. Although the number of permutation on Rubik's Cube $3\times3\times3$ is 4.3×10^{19}, but if putting marking on each face of Rubik's Cube $3\times3\times3$, like Kean's Cube, the number of permutation increase from 4.3×10^{19} to 8.9×10^{22}. The difficulty of Kean's Cube $3\times3\times3$ and Rubik's Cube $3\times3\times3$ also compare by their solving time and moves required to solve the cube. As the result of increased number of cube permutation, the time and moves required to solve Kean's Cube $3\times3\times3$ is more than the time and moves required to solve Rubik's Cube $3\times3\times3$.

KANDUNGAN

SENARAI JADUAL

No. Jadual Muka Surat

SENARAI RAJAH

No. Rajah | Muka Surat

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 PENGENALAN

Permainan yang berkenaan dengan matematik telah wujud sebaik sahaja sistem nombor diperkenalkan. Antara permainan-permainan matematik, Kubus Rubik dan segiempat ajaib merupakan permainan yang terkenal semasa Kubus Rubik dan segiempat ajaib diperkenalkan. Dalam kajian ini, percantuman kedua-dua permainan matematik ini dikaji untuk menentukan sama ada wujudnya perubahan dengan permainan yang asal atau tidak.

1.1.1 Pengenalan Segiempat Ajaib

Mengikut kepercayaan orang China, lebih empat ribu tahun dahulu, Maharaja Yu terjumpa seekor kura-kura semasa baginda berdiri di tebing Sungai Huang He. Di belakang kura-kura itu terdapat nombor-nombor segiempat ajaib. Segiempat ajaib itu adalah ajaib kerana tidak kira mana pun baginda mencampurkan nombor itu, jumlahnya adalah sama (Smoothey, 1995).

Sebuah segiempat ajaib mengandungi nombor-nombor integer yang disusun dalam bentuk segiempat. Jika nombor-nombor integer disusun berturutan dari 1 ke n^2

dalam bentuk segiempat, segiempat itu dikenali sebagai peringkat n. Didapati bahawa hasil tambah nombor-nombor di setiap baris, lajur dan pepenjuru dapat dikira dengan rumus $\frac{1}{2}n(n^2+1)$ (Ball & Coxeter, 1974). Pemalar hasil tambah dalam setiap baris, lajur dan pepenjuru dikenali sebagai pemalar ajaib, M = 15, 34, 65, 111, 175, 260, dan sebagainya.

Segiempat ajaib wujud dalam semua peringkat $n \geq 1$ kecuali n = 2, walaupun kes n = 1 mempunyai satu sel saja yang mengandungi nombor satu. Sebenarnya, semua nombor asli yang berturutan boleh dimasukkan dalam satu segiempat (3×3, 4×4, 5×5, dan sebagainya) dan membentuk sebuah segiempat ajaib (Vecchinone, 1997).

Segiempat ajaib yang paling mudah ialah segiempat ajaib berperingkat satu (Adler, 2006):

1

Rajah 1.1 Segiempat ajaib berperingkat 1.

Berikut adalah segiempat ajaib 3×3:

4	9	2
3	5	7
8	1	6

Rajah 1.2 Segiempat ajaib 3×3.

1.1.2 Ciri-ciri Segiempat Ajaib

Ciri-ciri segiempat ajaib adalah seperti berikut:

i. Mempunyai integer lebih daripada sifar.

ii. Hasil tambah dalam semua baris, lajur dan pepenjuru adalah sama dan dikenali sebagai pemalar ajaib.

iii. Mempunyai nombor integer yang tidak berulang.

iv. Mempunyai satu jenis segiempat ajaib 3×3 sahaja (Tanton, 2005). Tetapi terdapat 8 susunan yang berlainan jika termasuk putaran dan pantulan pada Rajah 1.3:

v. Mempunyai 880 jenis segiempat ajaib 4×4 yang berlainan. Bilangan jenisnya berkait rapat dengan saiz segiempat itu, contohnya terdapat 275,305,224 jenis segiempat ajaib 5×5 yang berlainan (Tanton, 2005).

8	1	6
3	5	7
4	9	2

4	9	2
3	5	7
8	1	6

6	1	8
7	5	3
2	9	4

2	9	4
7	5	3
6	1	8

2	7	6
9	5	1
4	3	8

6	7	2
1	5	9
8	3	4

8	3	4
1	5	9
6	7	2

4	3	8
9	5	1
2	7	6

Rajah 1.3 Lapan segiempat ajaib 3×3 yang berlainan.

Rajah 1.4 menunjukkan satu contoh bagi segiempat ajaib peringkat 4, yang dibentuk oleh 16 nombor integer. Hasil tambah nombor di setiap baris, lajur dan pepenjuru adalah sama, iaitu 34 (Peterson, 2002).

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

Rajah 1.4 Segiempat ajaib 4×4.

Terdapat 880 jenis segiempat ajaib 4×4 tanpa mengambil kira putaran dan pantulan setiap jenis. Pada abad ke-11 atau ke-12 di India, wujud satu segiempat ajaib berperingkat 4 yang istimewa iaitu Rajah 1.5 (Peterson, 2002):

7	12	1	14
2	13	8	11
16	3	10	5
9	6	15	4

Rajah 1.5 Segiempat ajaib yang istimewa 4×4.

Perhatikan bahawa bukan sahaja hasil tambah nombor di setiap baris, lajur, dan pepenjuru adalah sama dengan 34, tetapi juga bagi sub segiempat 2×2 di pepenjuru (contohnya, 7+12+13+2). Tambahan pula hasil tambah empat nombor di setiap penjuru (7+14+4+9) adalah 34 juga. Hasil tambah empat nombor di tengah-

tengah (13+8+10+3) dan hasil tambah sub-sub segiempat 2×2 yang lain termasuk terpisahkan (contohnya, 7+2+14+11) juga memberi jawapan yang sama, iaitu 34 (Peterson, 2002).

(Peterson, 2006)

Rajah 1.6 Melencolia yang diukir oleh Albrecht Dürer (1514).

(Peterson, 2006)

Rajah 1.7 Segiempat ajaib 4×4 Dürer yang muncul dalam Melencolia.

Melencolia adalah ukiran Albrecht Dürer. Segiempat ajaib 4×4 Dürer digantung pada dinding dalam Melencolia. Segiempat ajaib 4×4 Dürer adalah

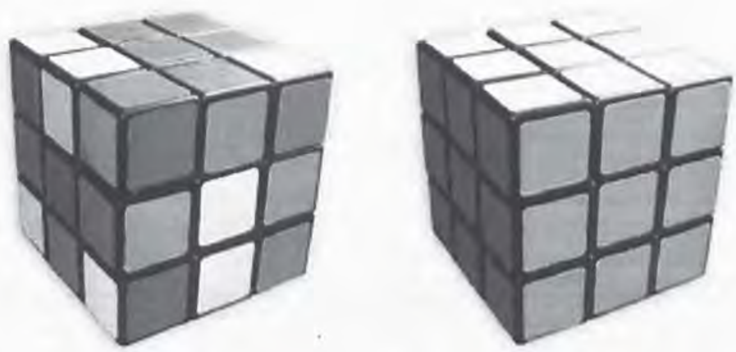
16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

Rajah 1.8 Segiempat ajaib 4×4 Dürer.

Segiempat ajaib 4×4 Dürer mengandungi nombor dari 1 hingga 16. Perhatikan bahawa dua nombor tengah di baris bawah menunjukkan tahun Dürer menghasilkan ukiran itu, iaitu tahun 1514. Hasil tambah nombor di setiap baris, lajur dan pepenjuru adalah 34. Selain daripada itu, hasil tambah nombor di penjuru juga 34, iaitu $16 + 13 + 4 + 1 = 34$. Hasil tambah nombor dalam segiempat 2×2 di tengah segiempat ajaib 4×4 Dürer juga 34 $(10 + 11 + 6 + 7)$ (Pickover, 2001).

1.1.3 Pengenalan Kubus Rubik

Kubus Rubik dicipta oleh Profesor Ernö Rubik, seorang pemahat arca, arkitek dan pereka bentuk di Hungary. Beliau adalah seorang profesor di Sekolah Seni Komersial di Budapest (Singmaster, 1981). Ukuran Kubus Rubik yang piawai adalah 5.4 cm setiap sisi. Kubus Rubik $3 \times 3 \times 3$ dibentuk daripada 26 buah kubus kecil dan setiap muka mempunyai warna yang berlainan. Warna-warna itu adalah biru, hijau, oren, merah, putih, dan kuning. Warna pada Kubus Rubik adalah oren bertentangan dengan merah, putih bertentangan kuning, dan hijau bertentangan biru. Cara permainan Kubus Rubik adalah mengembalikan Kubus Rubik yang telah diputar secara rawak kepada bentuk yang asal. Jika Kubus Rubik diuraikan, pemasangan semula hendaklah mengikut warna yang asal. Sekiranya dipasang semula tidak mengikut warna asal dan secara rawak, mungkin Kubus Rubik ini tidak dapat diselesaikan. Ini kerana terdapat sebahagian bentuk Kubus Rubik adalah tidak mungkin dibentuk daripada bentuk asal. Salah satu contoh adalah setiap muka Kubus Rubik mempunyai warna yang unik di sel tengah, tidak mungkin wujud warna yang sama antara sel-sel tengah enam muka Kubus Rubik (Singmaster, 1981). Berikut adalah Kubus Rubik yang asal:



(Wikipedia, 2006)

Rajah 1.9 Kubus Rubik Asal

1.1.4 Ciri-ciri Kubus Rubik

Pemerhatian asas tentang Kubus Rubik adalah terdapat tiga jenis kedudukan bagi kubus kecil Kubus Rubik: kubus kecil tengah, sisi dan penjuru. Perlu diperhatikan bahawa ketiga-tiga kedudukan ini tidak mungkin ditukar tempat, kedudukan sisi sentiasa di sisi, kedudukan tengan sentiasa di tengah dan kedudukan penjuru sentiasa di penjuru (Singmaster, 1981).

Pengiraan bilangan pilih atur adalah seperti berikut (Singmaster, 1981):

8 kubus penjuru : 8! pilih atur

12 kubus sisi : 12! pilih atur

Jumlah pilih atur, $N = \frac{8!12!}{2} \bullet \frac{3^8}{3} \bullet \frac{2^{12}}{2} = 43252003274489856000 \approx 4.3 \times 10^{19}$

$= 2^{27} 3^{14} 5^3 7^2 11$

1.2 TUJUAN

i. Menerokai satu Kubus Kean $3 \times 3 \times 3$ yang mana kesemua muka dibina daripada segiempat ajaib.
ii. Mengira kebarangkalian dan menyelesaikan Kubus Kean $3 \times 3 \times 3$.
iii. Menentukan sama ada bilangan pilih atur, bilangan putaran dan masa yang diperlukan akan meningkat atau menurun jika dibandingkan dengan Kubus Rubik yang asal.

1.3 HIPOTESIS KAJIAN

Daripada pemerhatian asas, dijangkai bilangan pilih atur bagi Kubus Kean $3 \times 3 \times 3$ akan meningkat jika dibandingkan dengan Kubus Rubik $3 \times 3 \times 3$ yang asal. Jika dipertimbangkan Kubus Rubik $3 \times 3 \times 3$ yang asal, ia mengandungi enam muka yang dibezakan dengan warna. Pada satu muka, warna bagi semua kubus kecil adalah sama, maka penukaran kedudukan sesebuah kubus kecil tidak akan diambil kira dalam pengiraan bilangan pilih atur. Ini kerana warna tidak berubah. Jika meletakkan tanda-tanda atas semua kubus kecil, contohnya segiempat ajaib, maka penukaran kedudukan sesebuah kubus kecil pada satu muka akan diambil kira dalam pengiraan bilangan pilih atur. Dalam kes Kubus Kean $3\times3\times3$ pula, terdapat lapan jenis segiempat ajaib 3×3 yang berlainan. Contohnya seperti Rajah 1.10,

8	1	6
3	5	7
4	9	2

4	9	2
3	5	7
8	1	6

6	1	**8**
7	5	3
2	9	4

2	9	4
7	5	3
6	1	**8**

Rajah 1.10 Kedudukan nombor 8 yang berlainan.

Nombor 8 boleh berada di empat kedudukan yang lain, begitu juga dengan 2, 4 dan 6. Bukan sahaja nombor-nombor di pepenjuru, nombor-nombor di sisi, iaitu 1, 3, 7, dan 9 juga boleh berada di empat sisi yang berlainan kedudukannya. Cuma nombor 5 sentiasa berada di tengah segiempat. Dengan ini, bilangan pilih atur akan meningkat sebanyak $4!\times4!=576$, tetapi perhatikan bahawa sekiranya segiempat ajaib 3×3 dicantum dengan Kubus Rubik $3\times3\times3$ menjadi Kubus Kean $3\times3\times3$, terdapat enam segiempat ajaib 3×3. Bilangan pilih atur menjadi $4!\times4!\times6=2304$. Kes-kes yang dibincangkan tadi hanya mengenai dua dimensi (2D) sahaja, jika diperkembangkan kepada tiga dimensi (3D), maka secara langsung pilih atur bagi Kubus Kean $3\times3\times3$ turut meningkat.

1.4 OBJEKTIF KAJIAN

Objektif kajian ini dilakukan adalah:

i. mereka bentuk satu Kubus Kean $3\times3\times3$ yang dibentuk daripada hasil percantuman segiempat ajaib 3×3 dan Kubus Rubik $3\times3\times3$.

ii. menentukan corak susunan segiempat ajaib 3×3 atas Kubus Kean $3\times3\times3$ di mana terdapat lapan segiempat ajaib 3×3 yang berlainan.

iii. mencari penyelesaian maksimum di setiap muka untuk Kubus Kean $3\times3\times3$ dengan menggunakan penyelesaian Matthew Monroe. Bilangan putaran dan masa yang diperlukan dalam cubaan penulis untuk menyelesaikan Kubus Kean $3\times3\times3$ dikira, serta bentuk penyelesaian yang dicapai dicatatkan.

iv. menentukan tahap kesukaran Kubus Kean $3\times3\times3$ sama ada lebih senang diselesaikan atau lebih sukar diselesaikan jika dibandingkan dengan Kubus Rubik $3\times3\times3$ yang asal. Tahap kesukaran dibandingkan mengikut bilangan pilih atur, bilangan putaran dan masa yang diperlukan semasa percubaan penulis dalam menyelesaikan kedua-dua kubus itu.

1.5 SKOP KAJIAN

Kajian yang dijalankan hanya terhad kepada segiempat ajaib 3×3 dan Kubus Rubik $3\times3\times3$ sahaja. Ini kerana jika mengambil kira Kubus Rubik 4×4, 5×5, 6×6, … yang

RUJUKAN

Adler, A. 2006. *What Is A Magic Square?*-A Math Forum Unit, Drexel University. Dipetik 14 Mac 2006, daripada http://mathforum.org/alejandre/magic.square. html

Ball, W. W. R. & Coxeter, H. S. M. 1974. *Mathematical Recreations & Essays*. Ed. ke-12. Trinity College, Cambridge, Hong Kong.

Brando Workshop. 2005. *3D Sudoku Cube (Black Cube)*. Dipetik, 27 September 2006, daripada http://toys.brando.com.hk/.

Crossley, J. N. & Lun, A. W. –C. 1987. *Chinese Mathematics: A Concise History*. Terjemahan. Oxford University Press, New York.

Dedmore, D. & Johnson, W. n.d.. *Fifteen Cubo* - Twistypuzzles.com. Dipetik, 2 Oktober 2006, daripada http://www.twistypuzzles.com/cgibin/puzzle.cgi?pid= 115

Dorst, Lee., Mandhyan, I. & Trovato, K. 1991. The Geometrical Representation of Path Planning Problems, *Robotics and Autonomous Systems* **7**, ms. 181-195.

Farrar, M. S. 1998. *Variation On Magic Cube*. Dipetik, 25 Mei 2006, daripada http://www.markfarrar.co.uk/

Gardner, M. 1961. *Mathematical Puzzles & Diversions*. Simon and Schuster, New York.

Helm, G. 2006. *Georges Helm Cube Collection*. Dipetik, 25 September 2006, daripada http://www.helm.lu/cube/cubcol/.

Korf, R.E. & Felnr, A. 2002. Disjoint Pattern Database Heuristics, *Artificial Intelligence* **134**, ms. 9-22.

Korf, R. E., Reid, M. & Edelkamp, S. 2001. Time Complexity of Iterative-deepening-A*, *Artificial Intelligence* **129**, ms. 199-218.

Ku, Y. H. & Chen, N. X. 1986. Some Theorems on Construction of Magic Squares. *Journal of the Franklin Institute* **322**(5/6), ms. 253-266.

Larsen M. E. 1994. Rubik's Cube-application or Illumination of Group Theory?, *The Lighter Side of Mathematics*, The Mathematical Association of America, USA.

Peterson, I. 2002. Mathematical Treks: *From Surreal Numbers to Magic Circles*. The Mathematical Association of America, USA.

Peterson, I. 2006. *Magic Squares*. Dipetik, 25 Mei 2006, daripada http://www.sciencenewsforkids.org/pages/search.asp

Pickover, C. A. 2001. *Wonders of Numbers: Adventures in Mathematics, Mind, and Meaning*. Oxford University Press, New York.

Riazi, A. 2003. *The Code Project - Magic Square*. Dipetik, 24 Mei 2006, daripada http://www.codeproject.com/cpp/#Algorithms

Rubik's Cube. n.d.. *Rubik's Cube*. Dipetik, 14 Mac 2006, daripada http://www.alchemistmatt.com/cube/rubik.html

Rubik's World Championship 2005. 2006. *Rubik's World Championship 2005.* Dipetik, 23 April 2006, daripada http://speedcubing.com

Singmaster, D. 1981. *Notes on Rubik's Magic Cube*. Enslow Publishers, New Jersey.

Smoothey, M. 1995. *Mari Mengkaji Corak Nombor*. Federal Publications Sbn. Bhd., Malaysia.

Tanton, J. 2005. *Encyclopedia Of Mathematics*. Facts On File, Inc., New York.

Vecchinone, G. 1997. *Math Challenges: Puzzles, Tricks & Games*. Synergy Book International, Malaysia.

Wikipedia. 2006. *Rubik's Cube* - From Wikipedia, The Free Encyclopedia. Dipetik 14 Mac 2006, datipada http://en.wikipedia.org/wiki/Rubik's_Cube