APLIKASI KAEDAH PENGURAIAN ADOMIAN DALAM PERSAMAAN HABA SATU MATRA

WONG MEE CHEW

DISERTASI INI DIKEMUKAKAN UNTUK MEMENUHI
SEBAHAGIAN DARIPADA SYARAT MEMPEROLEHI IJAZAH
SARJANA MUDA SAINS DENGAN KEPUJIAN

PROGRAM MATEMATIK DENGAN KOMPUTER GRAFIK
SEKOLAH SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITI MALAYSIA SABAH

April 2007

BORANG PENGESAHAN STATUS TESIS@

JUDUL: Kaedah Penguraian Adomian Dalam Persamaan Haba Satu Matra

Ijazah: Sarjana Muda sains dengan Kepujian (Matematik Dengan Komputer Grafik) (HS09)

SESI PENGAJIAN: 2004 /2005

Saya WONG MEE CHEW

(HURUF BESAR)

mengaku membenarkan tesis (LPS/Sarjana/Doktor Falsafah)* ini disimpan di Perpustakaan Universiti Malaysia Sabah dengan syarat-syarat kegunaan seperti berikut:

1. Tesis adalah hakmilik Universiti Malaysia Sabah.
2. Perpustakaan Universiti Malaysia Sabah dibenarkan membuat salinan untuk tujuan pengajian sahaja.
3. Perpustakaan dibenarkan membuat salinan tesis ini sebagai bahan pertukaran antara institusi pengajian tinggi.
4. **Sila tandakan (/)

[ ]	SULIT	(Mengandungi maklumat yang berdarjah keselamatan atau kepentingan Malaysia seperti yang termaktub di dalam AKTA RAHSIA RASMI 1972)
[✓]	TERHAD	(Mengandungi maklumat TERHAD yang telah ditentukan oleh organisasi/badan di mana penyelidikan dijalankan)
[ ]	TIDAK TERHAD	

Disahkan oleh

(TANDATANGAN PENULIS)

Alamat Tetap: P.O. Box 194
96507 Bintangor Sarawak.

Tarikh: 23/14/07

(TANDATANGAN PUSTAKAWAN)

Cik Suzelawati Zenian

Nama Penyelia

Tarikh: 23/04/07

CATATAN: * Potong yang tidak berkenaan.

** Jika tesis ini SULIT atau TERHAD, sila lampirkan surat daripada pihak berkuasa/organisasi berkenaan dengan menyatakan sekali sebab dan tempoh tesis ini perlu dikelaskan sebagai SULIT dan TERHAD.

@ Tesis dimaksudkan sebagai tesis bagi Ijazah Doktor Falsafah dan Sarjana secara penyelidikan, atau disertasi bagi pengajian secara kerja kursus dan penyelidikan, atau Laporan Projek Sarjana Muda (LPSM).

PENGAKUAN

Saya akui karya ini adalah hasil kerja saya sendiri kecuali nukilan dan ringkasan yang setiap satunya telah dijelaskan sumbernya.

27 April 2007

WONG MEE CHEW
HS 2004-4563

DIPERAKUKAN OLEH

Tandatangan

1. **PENYELIA**

   (CIK SUZELAWATI ZENIAN)

2. **PEMERIKSA**

   (PROF. MADYA DR. JUMAT SULAIMAN)

3. **DEKAN**

   (SUPT/KS PROF. MADYA DR. SHARIFF A. K. OMANG)

PENGHARGAAN

Terlebih dahulu saya ingin mengucapkan setinggi-tinggi penghargaan dan jutaan terima kasih kepada Cik Suzelawati Zenian selaku penyelia projek di atas segala tunjuk ajar dan bimbingan serta sokongan yang diberikan di sepanjang penyediaan projek I ini.

Tidak lupa saya ucapkan ribuan terima kasih kepada pensyarah-pensyarah program Matematik Dengan Komputer Grafik dan Matematik Dengan Ekonomi yang telah banyak memberi tunjuk ajar sepanjang pengajian saya di Universiti Malaysia Sabah (UMS).

Jutaan terima kasih juga saya ucapkan kepada keluarga saya yang tersayang kerana telah banyak memberikan sokongan dan dorongan kepada saya. Penghargaan ini juga saya tujukan kepada rakan-rakan seperjuangan dan mereka yang terlibat secara langsung atau tidak dalam sepanjang tempoh penyelidikan ini dijalankan.

Sekian, terima kasih.

ABSTRAK

Kajian ini dilakukan bertujuan untuk mengkaji kaedah Penguraian Adomian Piawai (PAP) dan kaedah Penguraian Adomian Terubahsuai (PAT) dalam menyelesaikan masalah persamaan terbitan dengan menyertakan contoh-contoh menyelesaikan masalah bagi kes-kes yang tertentu. Selain itu, kajian ini juga dilakukan untuk melihat perbezaan di antara kaedah PAP dan kaedah PAT dalam menyelesaikan masalah daripada persamaan haba satu matra. Melalui kajian yang dilakukan, didapati bukan semua jenis persamaan haba satu matra dapat diselesaikan dengan menggunakan kaedah PAT. Di samping itu, hanya terdapat sedikit perbezaan dari segi langkah kerja di antara kaedah PAP dan kaedah PAT. Dalam kajian ini, didapati bahawa kaedah PA menghasilkan langkah-langkah penyelesaian yang lebih ringkas dan mudah untuk difaham jika dibandingkan dengan langkah-langkah penyelesaian menggunakan kaedah lain.

APPLICATION OF ADOMIAN DECOMPOSITION METHOD IN ONE DIMENSIONAL HEAT EQUATION

ABSTRACT

This research is being done as purposely to investigate the Standard Adomian Decomposition method (ADM) and the Modification Adomian Decomposition method (ADM) in solving problems with certain cases. Besides, this research is also determining the difference in between Standard ADM and Modification ADM in solving the one dimensional (1-D) heat equation whereby not all the 1-D heat equations can be solved by the Modification ADM and it is only a few steps difference in between. Therefore, the comparison on ADM and others method is being done to consequent the ADM has a simpler and easy step on solving the problems.

KANDUNGAN

SENARAI SIMBOL

$\int$	kamiran
$\sum$	jumlah
$\frac{dy}{dx}$	persamaan terbitan biasa
$\frac{\partial y}{\partial x}$	persamaan terbitan separa
$>$	lebih besar
$\geq$	lebih besar atau sama dengan
φ	phi
u_n	komponen ke-n
$\in$	parameter

SENARAI SINGKATAN

Kaedah PA	Kaedah Penguraian Adomian
Kaedah PAP	Kaedah Penguraian Adomian Piawai
Kaedah PAT	Kaedah Penguraian Adomian Terubahsuai
PTB	Persamaan terbitan biasa
PTS	Persamaan terbitan separa
UGA	University of Georgia

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Pengenalan

Terdapat banyak masalah matematik yang tidak dapat dikira penyelesaian analisisnya. Contohnya cuba perhatikan kamiran ini:

$$\int_a^b \sqrt{1+\cos^2 x}\ dx \tag{1.1}$$

kamiran ini dikenali sebagai kamiran eliptik jenis kedua yang tidak boleh dikira menggunakan kaedah analisis. Untuk mengira nilai kamiran tersebut kaedah berangka perlu digunakan.

Pertimbangkan persamaan linear serentak yang mana melibatkan dua persamaan dengan dua anu, ini dengan mudah dapat diselesaikan dengan perkiraan manuali. Jika terdapat tiga persamaan dengan tiga anu, ini juga dapat diselesaikan. Sebagai contoh, jika terdapat sepuluh persamaan dengan sepuluh anu yang akan diselesaikan dengan menggunakan perkiraan tangan dan ini akan mengambil masa yang agak lama dan mudah membuat kesilapan dalam menyelesaikannya.

Kaedah berangka adalah suatu teknik yang memformulasikan masalah bermatematik supaya boleh diselesaikan dengan operasi-operasi aritmetik. Terdapat pelbagai kaedah berangka, tetapi satu sifat amnya adalah melibatkan pengiraan aritmetik yang banyak. Kaedah berangka adalah suatu penyelesaian masalah yang boleh menyelesaikan masalah yang linear, masalah tak linear, bentuk geometri yang kompleks yang sering timbul dalam masalah sains dan menyelesaikan masalah yang tak dapat atau sukar diselesaikan oleh kaedah analitik (Mohamad, 1993).

Terdapat banyak bentuk penyelesaian dan persamaan yang terkandung dalam kaedah berangka seperti sistem persamaan linear, persamaan tidak linear, penyelesaian terus, penyelesaian lelaran, interpolasi, penghampiran fungsi, kamiran berangka dan pembezaan, penyelesaian persamaan terbitan biasa, penyelesaian persamaan terbitan separa, masalah nilai sempadan dan sebagainya. Secara langsungnya, kaedah berangka mempunyai banyak kegunaan dalam pelbagai jenis bidang (Mohamad, 1993).

Persamaan terbitan adalah suatu penyelesaian yang terdapat dalam kaedah berangka. Selain dalam bidang matematik, persamaan terbitan juga boleh diaplikasikan dalam bidang yang lain seperti fizik, kimia dan sebagainya. Terdapat pelbagai jenis kaedah penyelesaian yang boleh digunakan untuk menyelesaikan persamaan terbitan, salah satunya dikenali sebagai kaedah Penguraian Adomian (PA). Kaedah PA merupakan satu kaedah yang menyelesaikan masalah dengan menguraikan masalah itu kepada bahagian-bahagian kecil dan mendapatkan penyelesaian dalam bentuk siri (Mohamad, 1993).

Walau bagaimanapun, dengan perkembangan pesat perisian pengaturcaraan dalam matematik dari semasa ke semasa, penggunaan pengiraan berangka juga semakin meluas dan meningkat. Penggunaan perisian matematik diperlukan untuk memberikan penyelesaian secara hampiran bagi sesuatu masalah matematik. Penggunaan teknik-teknik yang diperkenalkan secara perisian matematik ini diharapkan dapat dimanfaatkan oleh para ilmuan terutamanya dalam bidang matematik. Kemahiran dalam penulisan aturcara matematik amat penting bagi membantu penyelesaian sesuatu masalah matematik secara berangka (Bradie, 2006).

1.2 Latar Belakang

Bahagian ini, akan membincangkan konsep asas tentang persamaan terbitan yang digunakan serta turut dibincangkan teori kaedah PA yang akan digunakan dalam kajian ini.

1.2.1 Persamaan Terbitan

Dalam matematik, persamaan terbitan menjelaskan suatu persamaan dengan terbitan itu ialah fungsi penyelesaian yang berubah-ubah. Kebanyakan hukum-hukum asas dalam fizik, kimia, biologi dan ekonomi boleh dinyatakan dengan menggunakan persamaan terbitan.

Bagi masalah seperti ini, ahli teori matematik boleh menggabungkannya menjadi satu teori kecuali ia benar-benar berbeza dengan bidang saintifik. Contoh yang terkenal ialah teori Fourier iaitu pengaliran haba dalam istilah jumlah dan trigonometri pada fungsi siri Fourier, dengan aplikasinya adalah dalam penyebaran bunyi, penyebaran elektrik dan bidang bermagnet, radio bergelombang, optik, kekenyalan, analisis spektral oleh sinaran dan sebagainya dalam bidang saintifik (Bradie, 2006).

Peringkat bagi sesuatu persamaan terbitan adalah persamaan yang mempunyai terbitan tertinggi dalam persamaan itu. Sebagai contoh, peringkat satu dalam persamaan terbitan adalah persamaan yang hanya mempunyai terbitan pertama dalam persamaan itu sahaja.

Penyelesaian yang diperolehi daripada kaedah konvensional sebelum ini nampaknya tidak begitu efisien. Dengan itu, penyelesaian seperti ini selalunya dapat dijadikan sebagai contoh kajian kepada ahli matematik, dengan contoh itu mempunyai penyelesaian yang tidak dapat diselesaikan ataupun tidak mempunyai langkah yang sempurna untuk mendapatkan penyelesaian. Jadi, penambahan kajian ini selalunya diperlukan untuk mendapatkan penyelesaian yang wujud dan untuk mendapat keputusan yang lebih munasabah kepada penyelesaian itu, seperti gerakan dalam persamaan hiperbolik atau dalam persamaan gelombang (Mohamad, 1993).

Persamaan terbitan merupakan suatu bidang matematik yang sangat luas. Oleh itu, ahli matematik telah mengelaskan persamaan terbitan kepada bahagian yang lebih kecil. Pembahagian utama adalah persamaan terbitan biasa dan persamaan terbitan separa.

a. Persamaan Terbitan Biasa

Jika dalam persamaan terbitan itu terdapat hanya satu sahaja pembolehubah tak bersandar, maka terbitan biasa akan wujud. Persamaan terbitan jenis ini dikenali sebagai persamaan terbitan biasa (PTB). Sebagai contoh,

$$\frac{d^4y}{dx^4} - \frac{dy}{dx} + xy = 0 \qquad (1.2)$$

ialah suatu PTB kerana terdapat hanya satu sahaja pembolehubah tak bersandar, iaitu x.

b. Persamaan Terbitan Separa

Jika dalam persamaan terbitan itu terdapat lebih daripada satu pembolehubah tak bersandar terlibat, maka terbitan separa akan wujud. Persamaan terbitan jenis ini dikenali sebagai persamaan terbitan separa ataupun ringkasnya PTS. Sebagai contoh,

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \tag{1.3}$$

ialah suatu PTS kerana terdapat dua pembolehubah tak bersandar yang terlibat, iaitu x dan t.

1.2.2 Kaedah Penguraian Adomian

Kaedah Penguraian Adomian (PA) telah diperkenalkan oleh George Adomian pada awal 1980-an. George Adomian (March 21, 1922 - 1996) merupakan seorang ahli matematik bagi persatuan Armenian-American dan juga merupakan orang yang pertama memperkenalkan kaedah PA untuk menyelesaikan masalah persamaan terbitan tak linear, persamaan terbitan biasa dan persamaan terbitan separa.

Di samping itu, kaedah ini ada dijelaskan dengan lebih teliti dalam buku yang ditulis oleh George Adomian sendiri iaitu buku yang bertajuk "Solving Frontier Problems in Physics: The Decomposition Method". George Adomian merupakan seorang kakitangan akademik di University of Georgia (UGA) dari tahun 1966 hingga tahun 1989. Semasa di UGA, George Adomian merupakan orang yang pertama memulakan dan menubuhkan Pusat Matematik Gunaan. George Adomian juga merupakan seorang jurutera angkasa lepas.

Kaedah PA ini dapat digunakan untuk menyelesaikan pelbagai jenis masalah bermatematik seperti aljabar linear, persamaan terbitan biasa, persamaan terbitan separa, persaman pengamiran dan sebagainya. Jika dibandingkan dengan kaedah-kaedah tradisional yang sebelum ini, kaedah PA memerlukan langkah pengiraan yang lebih pendek dan lebih mudah untuk mendapatkan penyelesaian.

Walau bagaimanapun, kaedah PA mempunyai kelebihan daripada kaedah-kaedah tradisional yang sebelum ini tetapi kaedah PA masih memerlukan satu siri dipanggil polinomial Adomian untuk menyelesaikan masalah sebutan tak linear.

Melalui kajian yang dibuat dan dianalisis oleh seorang ahli matematik yang bernama Abdul-Majid Wazwaz, beliau telah berjaya mengubahsuaikan kaedah PA pada tahun 1999. Dengan itu, kaedah yang telah berjaya dikaji oleh Wazwaz dikenali sebagai Kaedah Penguraian Adomian Terubahsuai (PAT).

Dengan kajian dan pencapaian yang telah dikemukakan oleh Wazwaz tentang kaedah penguraian ini, ia dapat mempercepatkan proses pengiraan dan penyelesaian jika dibanding dengan Kaedah Penguraian Adomian Piawai (PAP). Di samping itu, kaedah PAT kemungkinan besar dapat memperolehi penyelesaian dalam persamaan tak linear dengan dua lelaran sahaja dan tidak memerlukan polinomial Adomian untuk mendapatkan penyelesaian (Wazwaz, 1999).

1.3 Objektif Kajian

Kajian ini dijalankan bagi memenuhi beberapa objektif yang berikut iaitu :

i. Untuk menentukan sama ada kaedah PA dapat menyelesaikan masalah persamaan terbitan dengan menyertakan contoh-contoh tertentu.

ii. Untuk melihat perbezaan di antara kaedah PAP dan kaedah PAT semasa menyelesaikan masalah terbitan linear yang diambil daripada persamaan haba satu matra.

iii. Untuk menentukan kebolehupayaan kaedah PAP dan kaedah PAT dalam menyelesaikan masalah yang dikaji.

1.4 Skop Kajian

Kajian ini berkisar tentang penyelesaian masalah persamaan terbitan linear dengan menggunakan kaedah PA. Kes masalah yang dikaji melibatkan persamaan terbitan separa. Dalam menyelesaikan masalah persamaan terbitan tersebut, kajian ini menggunakan kaedah PAP dan kaedah PAT.

1.5 Hipotesis Kajian

Jangkaan dalam kajian ini ialah kaedah PA dapat menyelesaikan masalah persamaan terbitan dengan lebih mudah dan mempunyai langkah-langkah penyelesaian yang lebih ringkas berbanding dengan kaedah tradisional yang lain. Selain itu, jangkaan kedua adalah kaedah PAP dan kaedah PAT dapat menyelesaikan masalah persamaan terbitan yang tertentu sahaja.

BAB 2

ULASAN LITERATUR

2.1 Perkembangan Kaedah Penguraian Adomian

Oleh sebab kaedah PA boleh memberikan penyelesaian dengan langkah yang lebih ringkas, mudah dan kurang ralat, jadi terdapat banyak kajian telah dibuat oleh ahli matematik terhadap kaedah ini dengan tujuan untuk memperbaiki kaedah ini atau mengaplikasikan kaedah ini dalam bidang dan masalah tertentu.

2.2 Kajian Lepas

Untuk membuat kajian ini menjadi lebih sempurna dan lengkap, banyak jurnal dan buku telah dijadikan sebagai rujukan. Di antaranya ialah *"An algorithm for Adomian Decomposition Method"*. Dalam kertas kajian ini, mereka menyatakan bahawa fungsi utama kaedah Adomian adalah untuk menguraikan persamaan tak linear kepada siri polinomial yang khusus, $\sum_{n=1}^{\infty} An$, dengan An dikenali sebagai polinomial Adomian (Chen & Lu, 2004).

Selain itu, terdapat cadangan untuk menghasilkan teknik alternatif yang lebih praktikal, iaitu mengira polinomial Adomian tanpa menggunakan formula yang diperkenalkan oleh Adomian. Oleh itu, matlamat kajian ini adalah untuk menghasilkan kaedah pengiraan yang mudah untuk diprogramkan ke dalam aturcara Maple serta dapat digunakan untuk mengira polinomial Adomian (Chen & Lu, 2004).

Kesimpulan bagi kajian tersebut adalah kaedah penguraian telah membawa pencapaian yang cemerlang melalui beberapa teknik. Matlamat utama kajian ini adalah untuk menentukan proses pengiraan kaedah penguraian oleh program Maple supaya penyelesaian dapat diperolehi secara mudah. Walau bagaimanapun, terdapat beberapa masalah dalam kaedah PA seperti penumpuan umum $\sum_{n=0}^{\infty} U_n$, dan kesilapan penganggaran dari penyelesaian $\varphi_n = \sum_{i=0}^{n-1} U_i$, terutamanya untuk sistem matematik patologi (Chen & Lu, 2004).

Wazwaz telah membuat kajian terhadap kaedah PA menerusi kajian yang bertajuk *"A reliable Modification of Adomian Decomposition Method"*. Dalam kajian ini, Wazwaz menyatakan bahawa Adomian dan Rach telah memperkenalkan fenomena yang dikenali sebagai sebutan hingar. Sebutan hingar adalah sebutan yang sama dengan simbol berlawanan dalam dua komponen yang pertama dari siri penyelesaian, $u(x)$. Wazwaz menyatakan, jika satu sebutan dalam u_0 dibatalkan oleh sebutan dalam u_1, biarpun u_1 mempunyai sebutan yang lain, jadi sebutan yang tinggal belum dibatalkan dalam u_0

menetapkan penyelesaian bagi $u(x)$. Sebutan hingar selalu wujud untuk persamaan berlainan (Wazwaz, 1999).

Penghasilan ini terbukti berguna dalam menunjukkan penumpuan dari siri penguraian dengan pantas. Pada tahun 1999, Wazwaz menghasilkan syarat yang perlu dipenuhi untuk menunjukkan sebutan hingar dalam persamaan berlainan. Syarat-syarat itu adalah penyelesaian $u(x)$ mesti muncul sebagai salah satu sebutan dalam u_0. Selain itu, sebutan yang tinggal belum dibatal dalam u_0, mesti memenuhi persamaan.

Selepas pengubahsuaian, kaedah baru ini dapat mempercepatkan pengiraan. Perbezaannya dari dulu adalah terdapat sedikit perbezaan dalam definisi u_0 dan u_1. Walaupun perbezaan kecil, namun pengubahsuai ini menunjukkan keberkesanan dan perihalannya (Wazwaz, 1999).

Kaya dan Yokus (2002), telah membuat kajian dengan bertajuk *"A numerical comparison of partial solution in the decomposition method for linear and nonlinear partial differential equations"*. Mereka telah membuat kajian tentang persamaan Burgers,

$$u_t + \in uu_x - vu_{xx} = 0\,, \tag{2.1}$$

RUJUKAN

Adomian, G., 1992. A review of the decomposition method an some recent results for nonlinear equation. *Mathematics and Computers in Model* **13**, 17-43.

Adomian, G. & Rach, R., 1990. Equation of partial solution in the decomposition method for linear or nonlinear partial differential equation. *Applied Mathematics and Computation* **19**, 9-12.

Allahviranloo, T., 2005. The Adomian decomposition method for fuzzy system of linear equations. *Applied Mathematics and Computation* **163**, 553-563.

Al-Khaled, K., Kaya, D. & Noor, M. A., 2004. Numerical comparison of methods for solving parabolic equations. *Applied Mathematics and Computation* **157,** 735-743.

Biazar, J. & Ebrahimi, H., 2005. An approximation to the solution of hyperbolic equations by Adomian decomposition method and comparison with characteristics method. *Applied Mathematics and Computation* **163**, 633-638.

Bradie, B., 2006. *A Friendly Introduction to Numerical Analysis*. Pearson Education International ed. New York.

Chen, W. H. & Lu, Z. Y., 2004. An algorithm for Adomian decomposition method. *Applied Mathematics and Computation* **159**, 221-235.

Cherniha, R. M., 1997. New Ansatze and exact solution for nonlinear reaction- diffusion equations arising in mathematical biology. *Nonlinear Mathematics in Physics* **1**, 138-146.

Friedman, M., Ming, M. & Kandel, A., 1998. Fuzzy linear systems. *Applied Mathematics and Computation* **96**, 201-209.

Fushchych, W. & Zhdanov, R., 1994. Antireduction and exact solution of nonlinear heat equations. *Nonlinear Mathematics in Physics* **1**, 60-64.

Hashim, I., Noorani, M. S. M., Ahmad, R., Bakar, S. A., Ismail, E. S. & Zakaria, A. M., 2006. Accuracy of the Adomian decomposition method applied to the Lorenz system. *Chaos, Solitons and Fractals* **28**, 1149-1158.

Kaya, D. & Yokus, A., 2002. A numerical comparison of partial solutions in the decomposition method for linear and nonlinear partial differential equations. *Mathematics and Computers in Simulation* **60**, 507-512.

Mohamad, M. N., 1993. *Pengenalan persamaan terbitan biasa.* Dewan Bahasa dan Pustaka. Kementerian Pendidikan Malaysia, Kuala Lumpur.

Pamuk, S., 2005. An application for linear and nonlinear heat equations by Adomian's decomposition method. *Applied Mathematics and Computation* **163**, 89-96.

Soufyane, A. & Boulmalf, M., 2005. Solution of linear and nonlinear parabolic equations by the decomposition method. *Applied Mathematics and Computation* **162**, 68-693.

Wazwaz, A. M., 1999. A reliable modification of Adomain decomposition method. *Applied Mathematics and Computation* **102**, 77-86.