

TEKA-TEKI *SUDO-15*: SATU TEKA-TEKI
SUDOKU TIDAK BERKUTUB

LEE YEN PENG

PERPUSTAKAAN
UNIVERSITI MALAYSIA SABAH

DISERTASI INI DIKEMUKAKAN UNTUK MEMENUHI
SEBAHAGIAN DARIPADA SYARAT MEMPEROLEHI IJAZAH
SARJANA MUDA SAINS DENGAN KEPUJIAN

PROGRAM MATEMATIK DENGAN EKONOMI
SEKOLAH SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITI MALAYSIA SABAH

April 2007



UMS
UNIVERSITI MALAYSIA SABAH

FORMULIR PENGESAHAN STATUS TESIS

BORANG PENGESAHAN STATUS TESIS@

MUDUL: Teka-teki Sudu-15 - satu teka-teki Sudoku tidak berkuatub

Ijazah: Sarjana Muda, Sains Dengan kepujian

SESI PENGAJIAN: 6 (04/05)

Saya LEE YEN PENG

(HURUF BESAR)

mengaku membenarkan tesis (LPS/Sarjana/Doktor Falsafah)* ini disimpan di Perpustakaan Universiti Malaysia Sabah dengan syarat-syarat kegunaan seperti berikut:

1. Tesis adalah hak milik Universiti Malaysia Sabah.
2. Perpustakaan Universiti Malaysia Sabah dibenarkan membuat salinan untuk tujuan pengajian sahaja.
3. Perpustakaan dibenarkan membuat salinan tesis ini sebagai bahan pertukaran antara institusi pengajian tinggi.
4. **Sila tandakan (/) UNIVERSITI MALAYSIA SABAH

(Mengandungi maklumat yang berdarjah keselamatan atau kepentingan Malaysia seperti yang termaktub di dalam AKTA RAHSIA RASMI 1972)

SULIT

TERHAD

TIDAK TERHAD

(Mengandungi maklumat TERHAD yang telah ditentukan oleh organisasi/badan di mana penyelidikan dijalankan)

Disahkan oleh

Yen

(TANDATANGAN PUSTAKAWAN)

Mr. Rajasegeran Ramasamy

Nama Penyelia

(TANDATANGAN PENULIS)

Alamat Tetap: 86, JLN. HARMONI 8,
JLN. 8G, PUTUS, TAMAN
SG. PINGANG, 42100 KLANG

Tarikh: 23/04/07

Tarikh:

CATATAN: * Potong yang tidak berkenaan.

** Jika tesis ini SULIT atau TERHAD, sila lampirkan surat daripada pihak berkuasa/organisasi berkenaan dengan menyatakan sekali sebab dan tempoh tesis ini perlu diklasaskan sebagai SULIT dan TERHAD.

@ Tesis dimaksudkan sebagai tesis bagi Ijazah Doktor Falsafah dan Sarjana secara penyelidikan, atau disertasi bagi pengajian secara kerja kursus dan penyelidikan, atau Laporan Projek Sarjana Muda (LPSM).

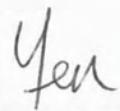


UMS
UNIVERSITI MALAYSIA SABAH

PENGAKUAN

Saya akui karya ini adalah hasil kerja saya sendiri kecuali nukilan dan ringkasan yang setiap satunya telah dijelaskan sumbernya.

23 April 2007



LEE YEN PENG

HS2004-2553

PERPUSTAKAAN
UNIVERSITI MALAYSIA SABAH



UMS
UNIVERSITI MALAYSIA SABAH

DIPERAKUKAN OLEH

Tandatangan

1. PENYELIA

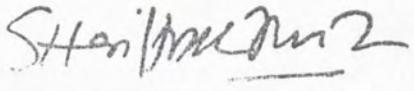
(Encik Rajasegeran Ramasamy)

**2. PEMERIKSA**

(Encik Tiong Kung Ming)

**3. DEKAN**

(Supt./Ks. Profesor Madya Dr. Shariff A.K. Omang)



PERPUSTAKAAN
UNIVERSITI MALAYSIA SABAH



UMS
UNIVERSITI MALAYSIA SABAH

PENGHARGAAN

Saya berasa amat bersyukur kerana berjaya menyiapkan projek tahun akhir ini pada masa yang telah ditetapkan atas kerjasama daripada pelbagai pihak dan individu tertentu sepanjang penyelidikan ini. Oleh itu, saya ingin mengambil kesempatan ini untuk menyampaikan setinggi-tinggi penghargaan saya kepada mereka yang menghulurkan bantuan semasa saat-saat kegentingan.

Terlebih dahulu, saya ingin mengucapkan ribuan terima kasih kepada penyelia saya, En. Rajasegeran Ramasamy yang telah memberi bimbingan dan dorongan kepada saya dalam menjayakan projek ini.

Selain itu, saya juga ingin mengucapkan terima kasih kepada semua pensyarah Program Matematik dengan Ekonomi atas bimbingan dan ajaran mereka.

Akhirnya, saya juga ingin mengucapkan terima kasih kepada ahli keluarga dan rakan-rakan saya kerana memberi sokongan moral dan bantuan dalam menjayakan projek ini. Segala budi akan dikenang.



ABSTRAK

Disertasi ini membincangkan satu teka-teki *Sudoku* berikutub yang dinamai teka-teki *Sudo-15* di mana teka-teki ini adalah hasil kombinasi ciri-ciri pada teka-teki *Sudoku* (*Sudoku Puzzle*) dan teka-teki 15 (*15 Puzzle*). Teka-teki *Sudo-15* dalam disertasi ini merupakan teka-teki bergrid 4×4 dengan sub-petak 2×2 yang terdiri daripada enam belas nombor iaitu empat nombor 1, empat nombor 2, empat nombor 3 dan empat nombor 4. Peraturan yang ditetapkan bagi teka-teki *Sudo-15* adalah satu nombor daripada enam belas dalam teka-teki mesti dikeluarkan pada corak permulaannya. Kemudian, teknik penggelongsoran yang diaplikasikan dalam teka-teki 15 diaplikasikan dalam teka-teki *Sudo-15* sehingga mencapai corak akhir teka-teki *Sudo-15* iaitu corak *Sudoku*. Objektif kajian ini adalah mengkaji sama ada teori kekutuhan (*parity*) nombor dalam pilihatur bagi teka-teki 15 boleh diaplikasikan dalam teka-teki *Sudo-15*, mengkaji cara untuk mengenalpasti sama ada teka-teki *Sudo-15* mempunyai penyelesaian atau tidak dan mengkaji perbezaan antara teka-teki 15 dengan teka-teki *Sudo-15*. Dalam pengkajian teori kekutuhan nombor sama ada diaplikasikan dalam teka-teki *Sudo-15*, perhitungan kekutuhan nombor bagi teka-teki *Sudo-15* perlu diaplikasikan seperti dalam teka-teki 15. Tahap kesukaran dan langkah penyelesaian teka-teki *Sudo-15* dapat dikesan melalui Keadaan *Reverse Sudoku*, Keadaan Corak Rawak kepada Corak *Sudoku* dan Keadaan Corak *Sudoku* kepada Corak *Sudoku*. Akhirnya, perbezaan antara teka-teki *Sudo-15* dengan teka-teki 15 juga dikesan dari segi langkah penyelesaian dan ciri-ciri fizikal kedua-dua teka-teki ini. Kesimpulannya, ketiga-tiga objektif dalam kajian ini tercapai dengan berjaya menentukan teori kekutuhan tidak diaplikasikan dalam teka-teki *Sudo-15*, mengenalpasti penyelesaian teka-teki *Sudo-15* dan perbezaan antara teka-teki *Sudo-15* dan teka-teki 15.

SUDO-15: A SUDOKU PARITY PUZZLE

ABSTRACT

This dissertation discusses a *Sudoku* parity puzzle called the *Sudo-15* puzzle which combines the characteristics of a *Sudoku* puzzle and a *15* puzzle. The *Sudo-15* puzzle is a 4×4 puzzle with 2×2 sub-regions formed by sixteen numbers containing four numbers 1, four numbers 2, four numbers 3 and four numbers 4. To play the *Sudo-15* puzzle, one of the sixteen numbers is taken out from the puzzle in the initial state. Then, the sliding method which is applied in *15* puzzle is used to solve the *Sudo-15* puzzle until the home state (*Sudoku* pattern) for *Sudo-15* puzzle is achieved. The purpose of this study are to determine whether the parity theory in *15* puzzle can be applied in *Sudo-15*, to determine a way to recognize whether a *Sudo-15* puzzle has a solution or not from the initial state and to investigate the difference between the *15* puzzle and *Sudo-15* puzzle. In determining the applicability of parity theory in the *Sudo-15* puzzle, number of parity has to be counted. In determining the strategy for solving and level of difficulty, three methods which are *Reverse Sudoku* Pattern, Random pattern to *Sudoku* Pattern and *Sudoku* Pattern to *Sudoku* Pattern are applied in the *Sudo-15* puzzle. Finally, the difference between the *15* puzzle and *Sudo-15* puzzle are compared through the solution method and physical characteristics for both puzzles. In conclusion, all objectives of this dissertation is achieved which are the inapplicability of parity theory in the *Sudo-15* puzzle, successfully recognize a way to solve *Sudo-15* puzzle and successfully investigate the difference between the *15* puzzle and *Sudo-15* puzzle based on the solution method and physical characteristics.

KANDUNGAN

	Muka Surat
PENGAKUAN	ii
PENGESAHAN	iii
PENGHARGAAN	iv
ABSTRAK	v
ABSTRACT	vi
SENARAI KANDUNGAN	vii
SENARAI JADUAL	x
SENARAI RAJAH	xi
SENARAI SIMBOL	xiii
BAB 1	PENDAHULUAN
1.1 Pengenalan	1
1.1.1 Teka-teki <i>Sudoku</i> (<i>Sudoku puzzle</i>)	1
1.1.2 Teka-teki 15 (<i>15 puzzle</i>)	3
1.2 Teknik-Teknik Penyelesaian Teka-Teki <i>Sudoku</i>	7
1.2.1 Pasangan Berganda (<i>Double Pairs</i>)	7
1.2.2 <i>X-Wing</i>	9
1.2.3 <i>Nisho</i>	10
1.3 Objektif Kajian	12
1.4 Skop Kajian	12
BAB 2	ULASAN LITERATUR
2.1 Pengenalan	14
2.2 Pilihatur (<i>Permutation</i>)	14
2.3 Teka-Teki 15	18
2.4 Sejarah Perkembangan <i>Sudoku</i>	23
2.5 Variasi <i>Sudoku</i>	25
2.5.1 <i>Dice Sudoku</i>	26
2.5.2 <i>Duplex Plex Sudoku</i>	27
2.5.3 <i>Squared Outlined Sudoku</i>	28
2.5.4 <i>Cube Sudoku</i>	29
2.5.5 <i>Sud3oku</i>	30



BAB 3	BAHAN DAN KADEAH	
3.1	Pengenalan	33
3.2	Pengaplikasian Teori Kekutuhan Dalam <i>Sudo15</i>	33
3.2.1	Penentuan Kekutuhan dalam <i>Sudo-15</i>	34
3.3	Perbezaan Antara Teka-Teki <i>Sudo-15</i> Dengan Teka-Teki 15	37
3.4	Langkah Penyelesaian Teka-Teki <i>Sudo-15</i>	38
3.4.1	Kaedah <i>Reverse Sudoku</i>	38
3.4.2	Kaedah Corak Rawak kepada Corak <i>Sudoku</i>	40
3.4.3	Kaedah Corak <i>Sudoku</i> kepada Corak <i>Sudoku</i>	41
BAB 4	HASIL DAN PERBINCANGAN	
4.1	Pengenalan	43
4.2	Hasil Pengaplikasian Teori Kekutuhan Dalam Teka-Teki <i>Sudo-15</i>	43
4.2.1	Penjelasan Lanjut Teka-teki <i>Sudo-15</i> Tidak Memenuhi Teori Kekutuhan Melalui Empat Kuadrat	50
4.3	Hasil Perbezaan Antara Teka-Teki 15 Dengan Teka-Teki <i>Sudo-15</i>	53
4.4	Langkah Penyelesaian Teka-Teki <i>Sudo-15</i>	54
4.4.1	Kaedah <i>Reverse Sudoku</i>	54
4.4.2	Kaedah Corak Rawak kepada Corak <i>Sudoku</i>	57
4.4.3	Kaedah Corak <i>Sudoku</i> kepada Corak <i>Sudoku</i>	60
4.5	Perincian Teknik Penyelesaian	66
4.5.1	Penyelesaian Cuba Jaya	66
4.5.2	Penyelesaian Berstrategi	62
4.5.3	Cadangan Penyelesaian Spesifik dalam Keadaan Tertentu	74
BAB 5	KESIMPULAN DAN CADANGAN	
5.1	Pengenalan	81
5.2	Teka-Teki <i>Sudo-15</i>	81
5.3	Hasil Kajian Utama	82
5.4	Kajian Lanjut Teka-Teki <i>Sudo-15</i>	83
5.4.1	Pengubahsuaian terhadap Peraturan Teka-Teki <i>Sudo-15</i>	83
5.4.2	Pengubahsuaian terhadap Corak Akhir Teka-Teki <i>Sudo-15</i>	85
5.4.3	Pengubahsuaian terhadap Saiz Teka-teki <i>Sudo-15</i>	85
5.4	Kebaikan Teka-Teki <i>Sudo-15</i>	87

RUJUKAN	89
LAMPIRAN	
A PERATURAN TEKA-TEKI <i>SUDO-15</i>	
B RAJAH MODEL TEKA-TEKI <i>SUDO-15</i>	

SENARAI JADUAL

No. Jadual	Muka Surat
4.1 Hasil bilangan penyongsangan setiap baris dalam teka-teki <i>Sudo-15</i>	45
4.2 Hasil bilangan penyongsangan setiap baris bagi corak akhir	46
4.3 Perbezaan antara teka-teki 15 dengan teka-teki <i>Sudo-15</i>	53
4.4 Perbezaan antara ketiga-tiga kaedah dalam kajian penyelesaian teka-teki <i>Sudo-15</i>	63
4.5 Perbezaan antara Penyelesaian Cuba Jaya dan Penyelesaian Berstrategi	74



SENARAI RAJAH

No. Rajah	Muka Surat
1.1 Teka-teki <i>Sudoku</i> yang bergrid 9×9	3
1.2 Teka-teki 15	4
1.3 Susunan teka-teki yang ingin dicapai	4
1.4 Susunan teka-teki kajian (<i>Initial State</i>)	6
1.5 Susunan teka-teki kajian yang ingin dicapai (<i>Home State</i>)	6
1.6 Sub-petak berwarna 3×3 dalam teka-teki <i>Sudoku</i> bergrid 9×9 yang boleh diisi dengan nombor 2	7
1.7 Pepetak berwarna hijau tua boleh bernombor 2	8
1.8 Baris diantara dua baris berwarna hijau muda boleh diisi dengan nombor 2	8
1.9 Teknik X-Wing dalam teka-teki <i>Sudoku</i> bergrid 9×9	9
1.10 Pemilihan nombor yang sesuai daripada pasangan nombor dalam petak berwarna	10
1.11 Penentuan nombor yang bersesuaian dalam pepetak teka-teki <i>Sudoku</i>	11
2.1 Lilitan suatu bulatan	15
2.2 Teka-teki yang diwarnakan hitam berselang-seli	17
2.3 Teka-teki 15	19
2.4 Bentuk teka-teki yang boleh diselesaikan	20
2.5 Bentuk teka-teki yang tidak boleh diselesaikan	20
2.6 Teka-teki dengan dua baris terakhir yang belum diselesaikan	21
2.7 Teka-teki Permulaan (<i>Initial State</i>)	22
2.8 <i>Dice Sudoku</i>	26
2.9 Set kad <i>Dice Sudoku</i>	27
2.10 <i>Duplex Plex Sudoku</i>	27
2.11 <i>Squared Outline Sudoku</i>	28
2.12 Permukaan mendatar bagi <i>Cube Sudoku</i>	30
2.13 <i>Sud3oku</i>	30
2.14 Set <i>Sud3oku</i> ; satu kotak 6×6 ; satu set kad cabaran; dan kiub-kiub bertanda	31



2.15	Kiub yang mengandungi enam tanda yang berlainan	31
2.16	Enam tanda yang ada pada kiub tersebut	31
2.17	Set kad cabaran	32
3.1	(a) Permulaan teka-teki <i>Sudo-15</i> (<i>Initial State</i>)	
	(b) Teka-teki <i>Sudo-15</i> yang ingin dicapai (<i>Home State</i>)	34
3.2	Contoh teka-teki <i>Sudo-15</i> dengan nombor 1 dikeluarkan.	35
3.3	Kaedah <i>Reverse Sudoku</i>	39
3.4	Kaedah Corak Rawak kepada Corak <i>Sudoku</i>	41
3.5	Kaedah Corak <i>Sudoku</i> kepada Corak <i>Sudoku</i>	42
4.1	Pemulaan teka-teki <i>Sudo-15</i>	43
4.2	Corak akhir teka-teki <i>Sudo-15</i> yang diingini	45
4.3	Penyelesaian teka-teki <i>Sudo-15</i> dengan teknik penggelongsoran langkah demi langkah	49
4.4	Contoh setiap empat nombor yang berlainan digelongsor masuk ke dalam empat kuadrat dalam teka-teki <i>Sudo-15</i>	52
4.5	Corak <i>Sudoku</i> asal kepada Corak rawak	54
4.6	Corak rawak kepada Corak <i>Sudoku</i> asal	56
4.7	Kaedah Corak Rawak kepada Corak <i>Sudoku</i>	59
4.8	Kaedah Corak <i>Sudoku</i> kepada Corak <i>Sudoku</i>	62
4.9	Bentuk umum teka-teki <i>Sudo-15</i> merupakan teka-teki yang mempunyai penyelesaian	64
4.10	Penggelonggsoran dua baris terakhir teka-teki <i>Sudo-15</i> dalam bentuk umum	65
4.11	Contoh Penyelesaian Cuba Jaya dalam teka-teki <i>Sudo-15</i>	69
4.12	Contoh Penyelesaian Berstrategi dalam teka-teki <i>Sudo-15</i>	73
4.13	Contoh penyelesaian teka-teki <i>Sudo-15</i> bagi keadaan pertama	75
4.14	Contoh penyelesaian teka-teki <i>Sudo-15</i> bagi keadaan kedua	77
4.15	Contoh penyelesaian teka-teki <i>Sudo-15</i> bagi keadaan ketiga	79
5.1	Corak permulaan teka-teki <i>Sudo-15</i> dengan penetapan tiga nombor yang tidak boleh digelongsorkan	84
5.2	Corak akhir teka-teki <i>Sudo-15</i> yang ingin dicapai	84
5.3	Corak <i>Latin Square</i> teka-teki <i>Sudo-15</i>	85
5.4	Teka-teki <i>Sudo-15</i> bergrid 9×9	87



SENARAI SIMBOL

σ	Tatatanda pilihatur
{...}	Set
\sum	Penjumlahan
=	Sama dengan
\neq	Tidak sama dengan
<	Kurang daripada
\geq	Lebih atau sama dengan
+	Tambah
\times	Darab
N	Jumlah penyongsangan pilihatur dalam satu pilihatur
n_i	Penyongsangan bagi n peringkat ; i = nombor integer positif (1, 2, 3, ..., 15)
e	Nombor lajur yang mempunyai sub-petak kosong
A_i	Set nombor (1, 2, 3, 4)
S_n	Set keseluruhan
A_n	Set kumpulan alternatif



BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Pengenalan

Bab ini akan membincangkan teka-teki *Sudoku* (*Sudoku puzzle*), teka-teki 15 (15 *puzzle*) dan teknik-teknik penyelesaian teka-teki *Sudoku*. Selain itu, objektif kajian dan skop kajian turut akan dibincangkan dalam bab ini.

1.1.1 Teka-teki *Sudoku* (*Sudoku Puzzle*)

Sudoku merupakan suatu teka-teki matematik yang melibatkan pemikiran logik, *Sudoku* bukan sahaja terkenal di bidang matematik malah terkenal di seluruh dunia. Ini dapat dilihat melalui pelbagai pertandingan yang telah dianjurkan pada masa kini, misalnya dalam internet terdapat *Weekly Sudoku Competiton*. Selain itu, *Malaysian Mensa Society-The High IQ Society* juga turut menganjurkan pertandingan *Sudoku* pada 8 Julai 2006 yang lepas di Pusat Sains Negara, Bukit Kiara, Kuala Lumpur (The Star, 2006). Di samping itu, pertandingan *Sudoku* dunia telah diadakan pada 10-11 Mac yang lepas di Lucca, Itali dan telah dimenangi oleh Jana Tylova (World Puzzle Federations, 2006).



Nama *Sudoku* sebenarnya dari negara Jepun di mana nama asalnya adalah "suji wa dokushin ni kagiru," yang bermaksud nombor-nombor hanya boleh wujud sekali sahaja. Teka-teki ini adalah tanda perniagaan bagi Nikoli Co. Ltd. (syarikat penerbit teka-teki) di Jepun. Penerbit lain menamakan teka-teki ini dengan nama Nanpure (*Number Place*), nama asal teka-teki *Sudoku* di Amerika Syarikat (Wikipedia, 2006c).

Nombor-nombor yang digunakan dalam teka-teki *Sudoku* adalah bertujuan untuk mempermudahkan permainan. Simbol atau tanda lain seperti huruf, bentuk atau warna juga boleh digunakan tetapi mungkin terdapat peraturan-peraturan lain yang perlu dipatuhi. Contoh teka-teki *Sudoku* yang menggunakan tanda lain ialah *Penny Press' Scramblets* dan *Knight Features Syndicate's Sudoku Word*. Kedua-dua teka-teki ini menggunakan huruf (Wikipedia, 2006c). Del Magazines (penerbit asal teka-teki *Sudoku*) telah menerbitkan teka-teki dalam bentuk nombor sejak penerbitan pertamanya pada tahun 1979. Teka-teki *Sudoku* yang lazim dapat dilihat adalah teka-teki *Sudoku* yang berbentuk nombor dan bergrid 9×9 .

Beberapa peraturan telah ditetapkan dalam teka-teki *Sudoku* biasa bergrid 9×9 . Pemain perlu mengisi nombor-nombor (dari 1 hingga 9) dalam setiap lajur, baris dan sub-petak (*regions*) 3×3 tanpa mengulangi nombor-nombor tersebut dan teka-teki ini memerlukan pemikiran logik untuk mencari penyelesaian.

Pemain sentiasa diberi teka-teki bergrid 9×9 dengan sub-petak 3×3 dan beberapa petak ini yang telah diisi dengan nombor. Seterusnya, pemain perlu mengisi nombor-nombor lain (selain nombor yang sedia ada dalam teka-teki) ke dalam teka-teki *Sudoku* dengan syarat setiap lajur, baris dan sub-petak 3×3 tidak boleh

mempunyai nombor yang sama (nombor-nombor yang sama tidak boleh berulang). Pemain yang berjaya menyelesaikan teka-teki ini dengan memenuhi syarat yang ditetapkan dikira sebagai pemenang. Pada masa kini, ramai orang telah menguasai teknik penyelesaian teka-teki ini. Maka, pertandingan *Sudoku* sekarang lebih kepada pemain yang berjaya memperolehi penyelesaian dalam masa yang tersingkat.

	4			3				
			2					5
8	1					7		
9	7							
8		6						
						1		
6		5	1					
						3		

Rajah 1.1 Teka-teki *Sudoku* yang bergrid 9×9 .

1.1.2 Teka-teki 15 (15 Puzzle)

Teka-teki 15 merupakan teka-teki matematik tetapi ia kurang popular di kalangan orang ramai. Teka-teki 15 ini dicipta oleh Noyes Chapman pada tahun 1880. Sungguhpun demikian, pelbagai sumber menyatakan bahawa Sam Loyd adalah pencipta bagi teka-teki ini (Slocum, 2006).

Teka-teki ini bertujuan memperolehi turutan asal nombor daripada teka-teki awal yang diberi di mana kedudukan nombor 14 dan 15 diterbalikkan. Peraturan bagi teka-teki ini ialah pemain hanya boleh menggelongsorkan nombor-nombor tersebut ke

ruang kosong sehingga memperolehi turutan asal nombor. Teori bagi teka-teki ini menyatakan bahawa terdapat dua bentuk permulaan; iaitu bentuk permulaan yang ada penyelesaian dan bentuk yang tidak boleh diselesaikan. Bagi bentuk pertama; penyelesaian boleh diperolehi dengan bermula dari belakang teka-teki di mana kita boleh mula dengan susunan yang diingini dan menggelongsorkan nombor-nombor dalam teka-teki secara rawak manakala bagi bentuk kedua (bentuk teka-teki 15) di mana hanya dua nombor (nombor 14 dan 15) bertukar tempat sahaja. Dalam keadaan ini, teka-teki 15 adalah tidak boleh diselesaikan (Loy, 2006).

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	15	14	

Rajah 1.2 Teka-teki 15.

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	

Rajah 1.3 Susunan teka-teki yang ingin dicapai.

Kita boleh menyusun nombor-nombor yang terdapat dalam petak yang mengikut turutan berikut:

Bentuk pertama:

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

Bentuk Kedua:

1	2	3	4
8	7	6	5
9	10	11	12
16	15	14	13

Dalam kajian ini, sejenis teka-teki yang terdiri daripada gabungan idea teka-teki *Sudoku* dan teka-teki *15* telah dicadangkan di mana teka-teki ini adalah dalam bentuk teka-teki *15* yang mengikut peraturan teka-teki *Sudoku*. Teka-teki kajian ini adalah bergrid 4×4 dengan sub-petak 2×2 dan pemain akan diberi lima belas nombor

dari (1-4) yang diletak secara rawak. Pemain perlu menggelongsorkan nombor-nombor tersebut ke ruang kosong sehingga setiap lajur, baris dan sub-petak 2×2 mengandungi nombor 1-4 tanpa perulangan nombor. Contohnya,

1	2	3	4
2	3	1	2
4	4	2	1
3	1	4	

Rajah 1.4 Susunan teka-teki kajian (*Initial State*).

Pemain perlu menggelongsorkan nombor-nombor tersebut sehingga memperolehi teka-teki berikut:

1	4	3	2
2	3	4	1
3	2	1	4
4	1	2	3

Rajah 1.5 Susunan teka-teki kajian yang ingin dicapai (*Home State*).

Setelah pemain memperolehi corak *Sudoku* (Rajah 1.5), pemain barulah mengisi nombor yang tertinggal iaitu 3 dalam petak kosong tersebut.

1.2 Teknik-Teknik Penyelesaian Teka-Teki *Sudoku*

Terdapat 20 jenis teknik penyelesaian telah diuraikan dalam Sadman Software untuk menyelesaikan teka-teki *Sudoku* yang bergrid 9×9 dan tiga teknik penyelesaian akan dijelaskan di sini:

1.2.1 Pasangan berganda (*Double Pairs*)

Teknik ini bertujuan mencari nombor yang sesuai untuk diisi dalam petak daripada petak yang lain. Contohnya, nombor 2 boleh diisi dalam bahagian tengah sub-petak 3×3 alam teka-teki *Sudoku* bergrid 9×9 .

9	3	4	1	2	6	2	1	5	1
1	1	5	6	1	5	4	9	2	3
7									
1	2	5	8	9	3	5	3	1	4
7									
8	1	2	1	2	3	5	4	6	1
			9		9				7
6	4		3	2	1	2	4	3	5
			9	7	9	7	8	6	9
5	4		1	3	9	7	4	6	2
			7			8	5		
3	6		5	9	4	5	1	2	7
			9		8	8	2	7	8
4	7		2	9	6	2	3	5	1
								6	8
1	2	8	1	2	5	2	5	6	3
			5	9	7	7	9	3	4

Rajah 1.6 Sub-petak berwarna 3×3 dalam teka-teki *Sudoku* bergrid 9×9 yang boleh diisi dengan nombor 2.

Berdasarkan Rajah 1.7, didapati bahawa nombor 2 hanya boleh diisi di dalam dua baris iaitu baris ke empat dan ke enam.

9	3	4	1 2	6	2	1	5	1
1	1 5	6	1	5	4	9	2	3
7			7 8	7 8				
12	1 2	8	9	5 3	5 3	1	4	6
7	5			7	7	7		
8	1 2	1 2 3	5 4 6		1 3 1		7	
	9	9				9		
6			3 2	1	2	3		5
4	9 7	9	7 8	7 8	4 8	8 9		
5	1	3	9	7 8	4 6	6 2		
4	7	2	6	2 3	2 3	5 1	1	
12	8	1 2 5	2	2 5	2 5	6 3	3 4	
	9	7	7	7 9	7 9			

Rajah 1.7 Pepetak berwarna hijau tua boleh bermombor 2.

Baris ke empat dan ke enam diisi dengan nombor 2 disebabkan kedudukan nombor 2 di bahagian atas sub-petak 3×3 adalah terhad. Jadi, nombor 2 hanya boleh diisi dalam baris tengah (baris diantara dua baris berwarna hijau muda dalam Rajah 1.8) dalam bahagian bawah sub-petak 3×3 seperti yang diwarnakan dalam Rajah 1.8) (Astraware, 2006).

9	3	4	1 2	6	2	1	5	1
1	1 5	6	1	5	4	9	2	3
7			7 8	7 8				
12	1 2	8	9	5 3	5 3	1	4	6
7	5			7	7	7		
8	1 2	1 2 3	5 4 6		1 3 1		7	
	9	9				9		
6			3 2	1	2	3		5
4	9 7	9	7 8	7 8	4 8	8 9		
5	1	3	9	7 8	4 6	6 2		
3	6	5 9	4	5 8	1	2	7	8 9
4	7	2	6	2 3	2 3	5 1	1	
12	8	1 2 5	2	2 5	2 5	6 3	3 4	
	9	7	7	7 9	7 9			

Rajah 1.8 Baris di antara dua baris berwarna hijau muda boleh diisi dengan nombor 2.

1.2.2 X-Wing

	*	1			3	6		*
				9				
9								
			9					
							9	
	*	6			2	4		*

Rajah 1.9 Teknik X-Wing dalam teka-teki *Sudoku* bergrid 9×9 .

Berdasarkan Rajah 1.9, kita mengetahui bahawa terdapat satu petak bertanda yang terletak pada baris pertama dan baris ke sembilan yang boleh diisi dengan nombor 9 manakala petak yang terletak pada lajur lain tidak boleh diisi dengan nombor 9. Ini disebabkan mengikut peraturan *Sudoku* iaitu setiap nombor yang sama hanya boleh wujud sekali sahaja pada setiap lajur, baris dan sub-petak yang sama. Oleh itu, kita mengetahui bahawa kedua-dua baris (baris pertama dan baris ke sembilan) mesti diisi dengan nombor 9 tetapi nombor 9 tidak boleh diisi pada baris yang sama. Jadi, nombor 9 hanya boleh diisi pada sebelah kanan atas dan sebelah kanan bawah atau sebelah kiri atas dan sebelah kiri bawah sahaja. Melalui kaedah ini, pemain teka-teki *Sudoku* dapat menyelesaikan teka-teki dalam masa yang singkat (Simon, 2006).

1.2.3 Nishio

Nishio bermakna memilih nombor yang sesuai daripada pasangan nombor yang berkemungkinan diisi dalam satu petak.

7	8	2 5 8	4	9	2 8	3	6	1
2 8	6	9	8	1 3 1 2 3	4	8 5 5 8 8	7 1 7 9	2 8
3 8	4	1	5	6	7	8 8 8	2 7 9	8
4 8	1	4 8 8	2	5 3	7	5 8 9	6	2
2 8	7	3	4	5 6	1	5 8 9	2 8	8
9 5 8	5	2 8	1 3 6	7 1 3 8 6	2 3	4 2 3 8	4	2 3
4 5	3	4 5 7	2 6	8 9	4 2 6	1 4	2	2 3
8 8	9	8 8	1 2 3 1 3	4	5	7		2 3
1 2	2	4 7	3 6	5	3 6 4	3 6 9	3 9	8

Rajah 1.10 Pemilihan nombor yang sesuai daripada pasangan nombor dalam petak berwarna.

Berdasarkan Rajah 1.10, nombor 8 yang terdapat dalam petak berwarna itu dipilih. Keadaan ini telah mengimplikasikan petak lain turut menentukan nombor yang bersesuaian (nombor biru dalam Rajah 1.10) dengan menghapuskan nombor yang tidak berkemungkinan.

Akan tetapi nombor 8 bukan nombor yang patut diisi dalam petak berwarna kerana berdasarkan Rajah 1.11, dapat dilihat petak yang berwarna kelabu perlu diisi dengan nombor 2 atau 3. Jadi, nombor 8 tidak boleh diisi dalam petak berwarna hijau (dalam Rajah 1.10). Ini disebabkan jika nombor 8 diisi dalam petak hijau tersebut akan menyebabkan kedua-dua petak hijau (dalam Rajah 1.11) masing-masing diisi dengan nombor 2 dan 3. Keadaan ini telah bercanggah dengan peraturan yang

RUJUKAN

Abdul Razak Salleh, 2002. *Aljabar Niskala Permulaan*. Penerbit Universiti Kebangsaan Malaysia, Selangor.

Abu Osman Mohd Tap dan Abdul Razak Salleh (ptrj.), 1988. *Kursus Pertama Aljabar Niskala*. Dewan Bahasa dan Pustaka, Kuala Lumpur.

Archer, A. F., 1999. A Modern Treatment of the 15 Puzzle, *American Mathematical Monthly* **106**, 793-799. Dipetik Ogos 12, 2006.

Armstrong, S., 2006. *Sadman Software Sudoku*. Dipetik Jun 10, 2006, daripada <http://www.sadmansoftware.com/sudoku/techniques.htm>

Astraware, 2006. *Solving Sudoku: Double Pairs*. Dipetik Julai 10, 2006, daripada <http://www.palmsudoku.com/pages/techniques-4.php>

Conrad, K., 2005. *The Sign of the Permutation*. Dipetik April 28, 2006, daripada <http://www.math.uconn.edu/~kconrad/math216/216sign.pdf>

Gardner, M., 1959. *Mathematical Puzzles and Diversions*, Penguin Books LTD.

Grabarchuk, P., 2006. *Dice Sudoku, Age of Puzzles*. Dipetik April 28, 2006, daripada <http://www.ageofpuzzles.com/Collections/PuzzleHits-Dice Sudoku.htm>

Grabarchuk, P., 2006. *Sud3oku*, Age of Puzzles. Dipetik April 28, 2006, daripada <http://www.ageofpuzzles.com/Collections/PuzzleHits-Sud3oku.htm>

Grant, H., 2002. *The Fifteen Puzzle*. Dipetik Julai 11, 2006, daripada <http://www.tcs.informatik.uni-muenchen.de/~abel/Puzzle.html>



Hayes, R., 2001. *The Sam Loyd 15 Puzzle*. Dipetik Jun 10, 2006, daripada
<http://www.cut-the-knot.org/pythagoras/fifteen.shtml>.

Hayes, B., 2006. Unwed Number, *The Scientific Research Society* 94, 12-15.
 Dipetik Jun 10, 2006, daripada
<http://www.americanscientist.org/template/AssetDetail/assetid/48550?&prints>

Holotronix, 2006. *Mathematical implications of Sam Loyd's "15" Puzzle*.
 Dipetik Julai 09, 2006, daripada <http://www.holotronix.com/samlloyd15.php>

Kwok, H., 2006. *Duplex Plex Sudoku*. Dipetik Julai 11, 2006, daripada
<http://www.ageofpuzzles.com/Collections/PuzzleHits-DuplexPlexSudoku.htm>

Loy, J., 2000. *The 15 Puzzle*. Dipetik Julai 09, 2006, daripada
<http://www.jimloy.com/puzz/15.htm>

Slocum, J., 2006. *15 Puzzle*. Dipetik Ogos 12, 2006, daripada
<http://mathworld.wolfram.com/15Puzzle.html>

The Star, 2006. *A challenge at Mensa's anniversary*. Dipetik Julai 12, 2006,
<http://thestar.com.my/news/html>

Trapa, P., 2006. *Permutations and The 15 Puzzle*. Dipetik April 29, 2006, daripada
http://www.math.utah.edu/mathcircle/notes/3_29_2006.pdf

Wikipedia, 2006a *Mathematics Of Sudoku*, Wikimedia Fundation.
 Dipetik Ogos 04, 2006, daripada
http://en.wikipedia.org/wiki/Mathematics_of_Sudoku

Wikipedia, 2006b *N-Puzzle*. Dipetik Ogos 01, 2006, daripada
<http://en.wikipedia.org/wiki/N-puzzle>.

Wikipedia, 2006c *Sudoku*. Dipetik Julai 12, 2006, daripada
<http://en.wikipedia.org/wiki/Sudoku>.

World Puzzle Federations, 2006. *Thomas Snyder Wins 2006 Google U.S. Puzzle Championship*. Dipetik Ogos 01, 2006, daripada <http://wpc.puzzles.com>