

**BENTUK MATEMATIK DALAM
TUMBUHAN TROPIKA**

YAP LEE CHIN

PERPUSTAKAAN
UNIVERSITI MALAYSIA SABAH
**DISERTASI INI DIKEMUKAKAN UNTUK MEMENUHI SEBAHAGIAN
DARIPADA SYARAT MEMPEROLEHI IJAZAH SARJANA MUDA SAINS
DENGAN KEPUJIAN**

**PROGRAM MATEMATIK DENGAN EKONOMI
SEKOLAH SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITI MALAYSIA SABAH**

MAC 2006

UNIVERSITI MALAYSIA SABAH

BORANG PENGESAHAN STATUS TESIS@

BENTUK MATEMATIK DALAM TUMBUTIAN TROPINKASARJANA MUDA SAINS DENGAN KEPUJIAN(Program Matematik Dengan Ekonomi)YAP LEE CHINSESI PENGAJIAN: 2003/2004

(HURUF BESAR)

a membenarkan tesis (LPSM/Sarjana/Doktor Falsafah) ini disimpan di Perpustakaan Universiti
a Sabah dengan syarat-syarat kegunaan seperti berikut:-

Tesis adalah hak milik Universiti Malaysia Sabah.

Perpustakaan Universiti Malaysia Sabah dibenarkan membuat salinan untuk tujuan pengajian
sahaja.Perpustakaan dibenarkan membuat salinan tesis ini sebagai bahan pertukaran antara institusi
pengajian tinggi.

Sila tandakan (/)

 SULIT(Mengandungi maklumat yang berdarjah keselamatan atau
Kepentingan Malaysia seperti yang termaktub di dalam
AKTA RAHSIA RASMI 1972) TERHAD(Mengandungi maklumat TERHAD yang telah ditentukan
oleh organisasi/badan di mana penyelidikan dijalankan)

Disahkan Oleh

(TANDATANGAN PUSTAKAWAN)

MR. TIONG KUNG MING

Nama Penyelia

Tarikh: 28.4.06

AN: *Potong yang tidak berkenaan.

**Jika tesis ini SULIT atau TERHAD, sila lampirkan surat daripada pihak berkuasa
/organisasi berkenaan dengan menyatakan sekali sebab dan tempoh tesis ini perlu
dikelaskan sebagai SULIT dan TERHAD.@Tesis dimaksudkan sebagai tesis bagi Ijazah Doktor Falsafah dan Sarjana secara
penyelidikan atau disertai bagi pengajian secara kerja kursus dan Laporan Projek Sarjana
Muda (LPSM).

PENGAKUAN

Saya akui karya ini adalah hasil kerja saya sendiri kecuali nukilan dan ringkasan yang setiap satunya telah dijelaskan sumbernya.

20 MAC 2006

Yap Lee Chin

YAP LEE CHIN

HS 2003-3099



UMS
UNIVERSITI MALAYSIA SABAH

PENGESAHAN**DIPERAKUKAN OLEH****TANDATANGAN**

1. PENYELIA
(EN. TIONG KUNG MING)



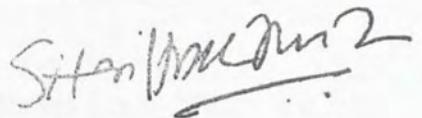
2. PEMERIKSA 1
(DR. JUMAT SULAIMAN)



3. PEMERIKSA 2
(CIK SUZELAWATI ZENIAN)



4. DEKAN
(SUPT/KS. PROF. MADYA DR. SHARIFF A. K OMANG)

**UMS**
UNIVERSITI MALAYSIA SABAH

PENGHARGAAN

Saya berasa sangat gembira dan bersyukur kerana dapat menyiapkan kajian ini dengan begitu lancar. Semasa menjalankan kajian ini, saya telah mendapat bantuan daripada banyak pihak. Saya berasa terhutang budi dan dengan ini ingin mengucapkan setinggi-tinggi penghargaan kepada pihak yang berkenaan.

Pertama sekali, saya ingin mengambil kesempatan ini untuk mengucapkan ribuan terima kasih kepada penyelia saya, iaitu En. Tiong Kung Ming. Beliau merupakan seorang pensyarah yang bertimbang rasa dan bertanggungjawab. Beliau telah memberi semangat dan dorongan yang kuat kepada saya untuk menyelesaikan kerja-kerja kajian ini.

Seterusnya, saya ingin menyatakan rasa terima kasih kepada kawan-kawan baik saya iaitu Thing Soon, Peggy, Chui Hoon, Lee Lee, Yoke Kun dan Yoke Hui yang selalunya memberi cadangan dan juga sudi meluangkan masa untuk menemani saya ke Kundasang. Saya juga memberi ucapan terima kasih kepada kawan saya, Choy Hong yang merupakan seorang pelajar dari Program Teknologi Tumbuhan. Dia telah banyak membantu saya dalam mengenalpasti spesies tumbuhan. Selain itu, saya juga ingin mengucapkan terima kasih kepada kawan-kawan yang telah terlibat secara tidak langsung bagi menjayakan kajian ini.

Akhirnya, tidak lupa pula saya mengucapkan terima kasih kepada ibu bapa yang menyokong saya selama ini. Mereka telah memberikan sokongan serta galakan dan seterusnya memberikan segala bantuan yang saya perlukan sehingga kajian ini berjaya dilaksanakan.

ABSTRAK

Dalam alam sekitar, terdapatnya corak dan bentuk yang wujud dalam tumbuh-tumbuhan. Kebanyakan corak dan bentuk ini adalah berhubung kait dengan matematik. Jadi, satu percubaan dibuat untuk mengesan bentuk matematik yang mungkin wujud dalam tumbuhan tropika. Objektif utama bagi kajian ini adalah untuk memahami bagaimana *phyllotaxis* (susunan daun) wujud dalam tumbuhan dan cuba mengkaji dan mengaitkan beberapa bentuk matematik seperti nombor Fibonacci, simetri, nisbah emas, pusaran emas, sudut emas dan bentuk geometri dalam konteks tumbuh-tumbuhan. Kajian ini juga cuba menemui bentuk matematik dalam tumbuh-tumbuhan yang berlainan daripada bentuk-bentuk ini. Dalam kajian ini, 30 spesies tumbuh-tumbuhan daripada War Memorial, Rose Cabin and Botanical Garden, Kundasang telah dipilih secara rawak dengan menggunakan kaedah persampelan rawak. Nama tumbuhan dikenalpasti terlebih dahulu dan kemudian gambar bagi tumbuh-tumbuhan diambil dengan menggunakan kamera berdigit. Akhirnya, bentuk matematik dalam tumbuhan ini dikenalpasti. Fibonacci susunan daun dan pusaran susunan daun menunjukkan perkaitan bagi tumbuhan dan matematik. Bentuk matematik lain seperti simetri, bentuk geometri dan sudut emas juga diperlihatkan dalam kebanyakan tumbuhan dalam kajian ini.



ABSTRACT

In Nature, there are many patterns and shapes appearing in plants. Most of these shapes or patterns are related to mathematics. So, an attempt is made to detect the mathematical patterns that may appear in tropical plants. The main objectives of this study are to understand how phyllotaxis (arrangement of leaves) appears in plants and try to study and apply various mathematical patterns such as Fibonacci numbers, symmetries, Golden Ratio, Golden Spiral, Golden Angle and geometrical shapes in the context of plants. This study also tries to discover mathematical patterns in plants which deviate from such patterns. In this study, a total of 30 species of tropical plants from War Memorial, Rose Cabin and Botanical Garden, Kundasang were chosen and selected randomly using the random sampling approach. The plants were identified first and the images of the plants were captured using digital camera. Lastly, the mathematical patterns in plants were identified. Fibonacci phyllotaxis and spiral phyllotaxis demonstrated the relationship of plants' growth patterns with mathematics. Other mathematical patterns such as symmetry, geometrical shapes and Golden Angle also observed in most of the plants in this study.

KANDUNGAN

	Muka Surat
PENGAKUAN	ii
PENGESAHAN	iii
PENGHARGAAN	iv
ABSTRAK	v
ABSTRACT	vi
SENARAI KANDUNGAN	vii
SENARAI JADUAL	ix
SENARAI RAJAH	x
SENARAI GAMBAR	xi
SENARAI SIMBOL	xii
BAB 1 PENDAHULUAN	
1.1 BENTUK MATEMATIK	1
1.2 OBJEKTIF KAJIAN	3
1.3 SKOP KAJIAN	4
BAB 2 KAJIAN LITERATUR	
2.1 SEJARAH NOMBOR FIBONACCI	5
2.2 NISBAH EMAS, PUSARAN EMAS DAN SUDUT EMAS	7
2.3 KAJIAN TENTANG SUSUNAN DAUN (<i>PHYLLOTAXIS</i>)	9
2.3.1 Sejarah Susunan Daun	9
2.3.2 Konsep Susunan Daun	11
2.3.3 Pusaran Susunan Daun	12
2.3.4 Fibonacci Susunan Daun	14
2.4 SIMETRI DALAM TUMBUHAN	18
2.5 BENTUK GEOMETRI DALAM TUMBUHAN	20
BAB 3 KAEDAH KAJIAN	
3.1 PENGENALAN	21
3.2 PENGAMBILAN GAMBAR	21
3.3 MENGENALPASTI SAMPEL	22
3.4 ANALISIS	24



BAB 4	ANALISIS DAN KEPUTUSAN	
4.1	BENTUK MATEMATIK DALAM TUMBUHAN	25
4.2	SUSUNAN DAUN TUMBUHAN	25
4.3	NOMBOR FIBONACCI DALAM TUMBUH-TUMBUHAN	29
4.3.1	Nombor Fibonacci dalam Bilangan Kelopak Bunga	29
4.3.2	Nombor Fibonacci dalam Bunga Ros	34
4.4	PUSARAN EMAS DALAM TUMBUH-TUMBUHAN	36
4.4.1	Pusaran Emas dalam Begonia	36
4.4.2	Pusaran Emas dalam Bunga Ros dan Tumbuhan A	40
4.5	SUDUT EMAS DALAM TUMBUH-TUMBUHAN	42
4.6	SIMETRI DALAM TUMBUH-TUMBUHAN	44
4.7	BENTUK-BENTUK GEOMETRI DALAM TUMBUHAN	46
4.8	BENTUK MATEMATIK LAIN	47
4.8.1	Koordinat Berkutub dalam Kelopak Bunga	47
BAB 5	KESIMPULAN DAN CADANGAN	
5.1	KESIMPULAN	49
5.2	CADANGAN	50
RUJUKAN		56
LAMPIRAN		



SENARAI JADUAL

No. Jadual	Muka Surat
2.1 Contoh nisbah susunan daun	10
2.2 Nombor Fibonacci dalam pusaran daun pokok palma	16
2.3 Susunan pusaran bagi bunga matahari	17
2.4 Ringkasan bilangan kelopak bunga	18
3.1 Nama tumbuhan daripada tempat yang terpilih	22
4.1 Bilangan kelopak bunga yang terdapat dalam tumbuhan	30



SENARAI RAJAH

No. Rajah	Muka Surat
2.1 Sudut emas dengan nisbah di antara panjang lengkok A dan B ialah 1.618	8
2.2 Pusaran emas berdasarkan nombor Fibonacci	13
2.3 <i>Equiangular Spiral</i>	13



SENARAI GAMBAR

No. Gambar		Muka Surat
2.1	Siri Fibonacci yang diperkenalkan oleh Leonardo de Pisa berdasarkan konsep elahir semula arnab	8
2.2	Sudut di antara daun kedua dan ketiga serta daun kelima dan keenam menghampiri 137.5°	9
2.3	Susunan daun dalam nisbah m/n , dimana m menwakili bilangan putaran dan n menwakili bilangan daun	10
2.4	Susunan pusaran emas dalam (a) buah camera dan (b) biji benih bunga matahari	14
2.5	21 pusaran ikut arah jam dan 34 pusaran ikut arah lawan jam dalam bunga <i>daisy</i>	15
2.6	Bilangan pusaran dalam buah nanas menunjukkan 5, 8, dan 13 dalam tiga arah yang berbeza	16
2.7	<i>Chrysanthemum</i> mempunyai simetri jejarian	19
2.8	(a) dan (b) menunjukkan bentuk heksagon dalam bunga lili dan dua segitiga dalam bunga orkid	20
4.1	(a) Pandangan tepi dan (b) pandangan atas bagi <i>Medinilla clemensiana</i>	26
4.2	Susunan bertentangan dalam (a) <i>Colesblumei verchaffeltii</i> , (b) <i>Colesblumei klondyke</i> (c) <i>Tococa gianensis</i> dan (d) <i>Medinilla amplectens</i>	27
4.3	<i>Cyathea arborea</i> menunjukkan susunan daun yang berselang seli pada tangkainya dan jarak antara dua daun bersebelahan adalah sama	28
4.4	Bentuk istimewa paku-pakis dan (b) paku-pakis ini menunjukkan selang antara dua daun bersebelahan adalah sama	28
4.5	Bentuk pusaran mengikut arah jam dan arah lawan jam dalam Tumbuhan A dan jarak antara dua daunnya adalah sama	29
4.6	(a) dan (b) menunjukkan 5 pusaran ada arah lawan jam dalam bunga ros	34
4.7	Bunga ros yang menunjukkan 13 pusaran pada arah lawan jam dan 12 pusaran 35 mengikut arah jam dalam taburan kelopak bungannya	35
4.8	Taburan kelopak bunga menunjukkan 8 pusaran mengikut rah lawan jam dan 9 pusaran mengikut arah jam dalam bunga ros	35



4.9	Bentuk pusaran dalam daun <i>Begonia rex fair</i>	37
4.10	Bentuk pusaran dalam daun <i>Begonia spp</i>	37
4.11	Pusaran dalam <i>Begonia masoniana</i> "iron cross"	38
4.12	<i>Begonia pustalata blister</i>	38
4.13	<i>Begonia rex yuletide</i>	39
4.14	Daun bagi (a) <i>Begonia rex escargot</i> , (b) <i>Begonia masonoana</i> , (c) <i>begonia x fuscomaculata</i> dan (d) <i>Begonia heracleifolia</i> menunjukkan pusaran emas	40
4.15	Taburan kelopak bunga ros membentuk satu pusaran emas	41
4.16	Tumbuhan A menunjukkan pusaran emas pada arah ikut jam dan lawan jam	41
4.17	Sudut di antara tangkai dalam paku-pakis menunjukkan 137.5^0 iaitu sudut emas	42
4.18	(a) sudut antara tangkai <i>Asplenium nidicum</i> dan (b) daunnya menghampiri sudut emas	43
4.19	Susunan kelopak bunga bagi tumbuhan <i>Hedera canariensis</i> dalam 137.5^0	44
4.20	Kesimetrian wujud dalam pelbagai tumbuhan	45
4.21	Bentuk geometri dalam pelbagai tumbuhan	47
4.22	Koordinat berkutub dalam bentuk kelopak bunga <i>Begonia coccinea</i>	48



SENARAI SIMBOL

Φ *Phi*

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 BENTUK MATEMATIK

Dalam dunia kita, terdapatnya pelbagai bentuk matematik yang boleh dikaitkan dengan kehidupan harian dan alam sekitar. Sebagai contoh, bentuk geometri dalam bangunan. Pada amnya, matematik kelihatan seolah-olah tidak boleh dikaitkan dengan tumbuhan-tumbuhan. Namun demikian, wujudnya satu perkataan yang digunakan untuk menjelaskan pendekatan matematik dalam tumbuh-tumbuhan iaitu *Phyllotaxis*. Dalam alam semula jadi, wujud pelbagai bentuk dalam tumbuh-tumbuhan. Kebanyakan bentuk ini adalah berkaitan dengan matematik. Bentuk-bentuk matematik ini adalah seperti *Phyllotaxis*, nombor Fibonacci, bentuk simetri, nisbah emas dan pusaran emas (*golden spiral*).

Phyllotaxis adalah satu bentuk matematik yang menjelaskan anatomi tumbuh-tumbuhan. *Phyllotaxis* tumbuh-tumbuhan merujuk kepada susunan (*taxis*) daun dan dahan (*phylla*) pada permukaan tumbuh-tumbuhan (Shipman & Newell, 2005). Ini bermaksud *phyllotaxis* memperlihatkan susunan daun dalam tumbuh-tumbuhan. *Phyllotaxis* boleh wujud dalam bentuk berselang, bertentangan, lingkaran atau pusaran. *Phyllotaxis* tumbuh-tumbuhan selalunya berkaitan dengan nombor



Fibonacci. Leonardo de Pisa yang juga dikenali Fibonacci telah memperkenalkan satu siri nombor berdasarkan satu jujukan. Jujukan ini ialah 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ..., dan diberi nama nombor Fibonacci berdasarkan kebanggaan Pisa. Nombor jujukan ini diwakili oleh

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}, \quad F_1 = 1, \quad F_2 = 1 \text{ dan } n > 2$$

dengan nombor pertama dan nombor kedua adalah satu dan setiap nombor yang berikutnya adalah jumlah dua nombor bersebelahan yang sebelumnya. Nombor Fibonacci ini wujud dalam susunan tumbuh-tumbuhan. Contohnya, nombor kelopak bunga dan bilangan pusaran bagi taburan biji benih dalam bunga matahari atau buah cemara.

Merujuk kepada nombor Fibonacci, nisbah bagi setiap pasangan nombor di dalamnya semakin menghampiri 1.618 apabila nombor-nombor itu semakin bertambah seperti berikut:

$$\begin{aligned} 5/3 &= 1.667, & 8/5 &= 1.600, & 13/8 &= 1.625, & 21/13 &= 1.615, & 34/21 &= 1.619, & 55/34 &= 1.618, \\ 89/54 &= 1.618, & 144/89 &= 1.618 \end{aligned}$$

1.618 dikenali sebagai nisbah emas dan diwakili oleh symbol Φ , *phi*. Pusaran emas boleh didapati dengan melukiskan satu segiempat tepat emas yang mempunyai panjang sisi relatif 1 dan 1.618 atau dengan menggunakan nombor dalam siri Fibonacci. Pusaran emas ini wujud dalam banyak tumbuhan. Contohnya, taburan biji benih dalam bunga matahari adalah berdasarkan pusaran emas.

Kebanyakan tumbuh-tumbuhan juga menunjukkan simetri dalam bentuk atas mereka. Menurut Albers *et al.* (1998), simetri adalah merujuk kepada imej cermin

yang semua bahagian sama dengan objeknya. Taburan pusaran biji benih dalam bunga matahari atau pusaran bagi daun di sekitar batang daun juga adalah sebahagian simetri. Terdapat dua jenis bentuk simetri dalam tumbuh-tumbuhan iaitu simetri jejarian (*radial symmetry*) dan simetri bilateral (*bilateral symmetry*). Simetri jejarian adalah satu keadaan di mana semua bahagian bagi lingkaran adalah sama di antara satu sama lain. Simetri bilateral pula merujuk kepada bunga yang mempunyai imej cermin yang sama dengan sebelahnya apabila satu paksi tengah dilukis padanya. Selain daripada kedua-dua jenis simetri ini, satu lagi bentuk simetri yang wujud dalam tumbuh-tumbuhan adalah seperti simetri pentagon. Bagi bunga yang mempunyai lima kelopak, simetri pentagon selalunya boleh dikesan.

1.2 OBJEKTIF KAJIAN

Dalam kajian ini, terdapat beberapa objektif yang hendak dicapai untuk mengesan bentuk matematik yang wujud dalam tumbuh-tumbuhan. Objektif-objektif ini adalah seperti berikut:

- a) Memahami bagaimana *phyllotaxis* wujud dalam tumbuh-tumbuhan.
- b) Mengkaji dan mengaitkan bentuk matematik seperti nombor Fibonacci, simetri, nisbah emas, pusaran emas and sudut emas dalam konteks tumbuh-tumbuhan.
- c) Menemui bentuk matematik yang lain dalam tumbuh-tumbuhan selain daripada nombor Fibonacci, simetri, nisbah emas, pusaran emas dan sudut emas.
- d) Mengkaji bentuk geometri yang wujud dalam konteks tumbuh-tumbuhan.

BAB 2

KAJIAN LITERATUR

2.1 SEJARAH NOMBOR FIBONACCI

Livio (2002) dan Stakhov (2005) telah memberi penerangan ringkas tentang sejarah Fibonacci. Leonardo of Pisa (dalam bahasa Latin Leonardus Pisanus) adalah seorang ahli matematik dan juga dikenali Fibonacci. Beliau telah menulis sebuah buku matematik yang bertajuk *Liber Abaci*. Buku ini diterbit pertama kalinya pada tahun 1202. Fibonacci dilahirkan pada tahun 1170 dan meninggal dunia pada tahun 1250 di Itali. Leonardo ialah seorang ahli matematik yang terkenal pada abad pertengahan (Livio, 2002).

Dalam buku ‘*The Golden Ratio*’ yang ditulis oleh Livio (2002), Livio telah membincangkan tentang masalah kelahiran arnab yang mana telah dicatat dalam buku *Liber Abaci*. Masalah yang dibincangkan itu adalah seperti berikut,

“Seseorang meletakkan sepasang arnab di satu tempat yang dikelilingi oleh dinding. Berapa pasang arnab yang akan dilahirkan daripada pasangan arnab itu jika setiap pasangan arnab itu akan melahirkan sepasang arnab

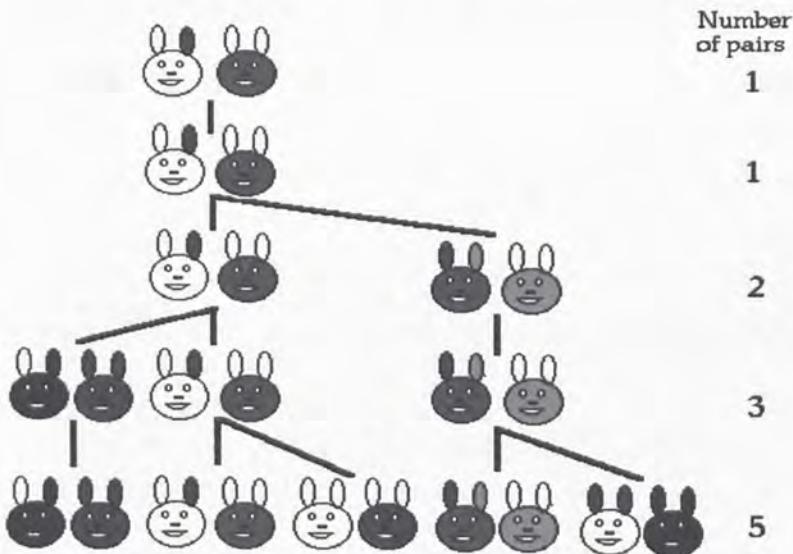


yang baru dengan pasangan arnab yang baru itu hanya akan melahirkan arnab pada bulan yang kedua?” rujuk Gambar 2.1 (Hejazi, 2004).

Berdasarkan konsep kelahiran arnab ini, Leonardo telah mencipta satu siri nombor yang dinamakan nombor Fibonacci. Siri nombor ini ialah 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, ... dan diwakili oleh

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}, \quad F_1 = F_2 = 1 \text{ dan } n > 2 \quad (2.1)$$

dengan nombor pertama dan kedua masing-masing ialah satu manakala nombor yang seterusnya ialah jumlah dua nombor bersebelahan yang sebelumnya.



Gambar 2.1 Siri Fibonacci yang diperkenalkan oleh Leonardo de Pisa berdasarkan konsep kelahiran arnab

2.2 NISBAH EMAS, PUSARAN EMAS DAN SUDUT EMAS

Teori matematik seperti nisbah emas, pusaran emas dan sudut emas adalah berasaskan nombor Fibonacci. Pada zaman dahulu, Yunani menganggap nisbah berangka merupakan asas kepada kecantikan dan kesimetrian. Elemen-elemen nisbah berangka ini telah dikaji oleh Euclid dalam Buku II (Albers *et al.*, 1998). Nisbah ini dikenali sebagai nisbah emas atau min emas dan ditakrifkan sebagai

$$\Phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1.618033989\dots \quad (2.2)$$

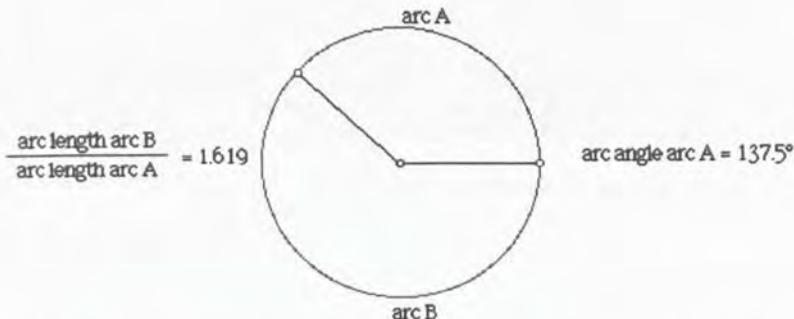
dengan Φ ialah *Phi*. Sebenarnya, nisbah emas adalah berhubung kait dengan jujukan Fibonacci. Ini adalah kerana jujukan bagi nisbah dua nombor bersebelahan dalam siri Fibonacci semakin menumpu kepada Φ (Rossi & Tout, 2002) seperti yang ditunjukkan:

$$\begin{array}{lll} \frac{2}{1} = 2, & \frac{3}{2} = 1.5, & \frac{5}{3} = 1.666666\dots, \\ \frac{8}{5} = 1.6, & \frac{13}{8} = 1.625, & \frac{21}{13} = 1.615384\dots, \\ \frac{34}{21} = 1.619047\dots, & \frac{55}{34} = 1.617647\dots, & \frac{89}{55} = 1.618181\dots, \\ \frac{144}{89} = 1.617977\dots, & \frac{233}{144} = 1.618055\dots, & \frac{377}{233} = 1.618025\dots. \end{array}$$

Sudut emas pula berasaskan idea daripada nisbah emas. Rajah 2.1 (Parveen, 2005) menunjukkan sudut emas dengan membahagikan satu lilitan bulatan kepada dua lengkok yang berlainan. Apabila nisbah bagi kedua-dua panjang lengkok itu adalah

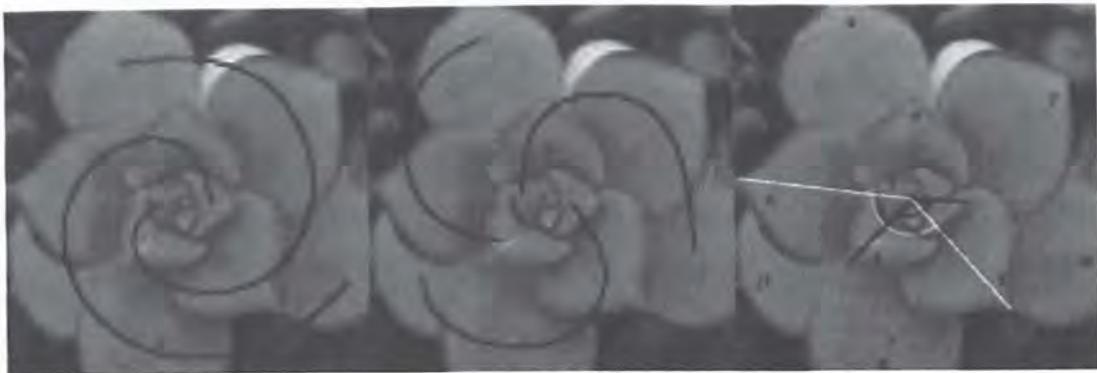


sama dengan nisbah emas iaitu 1.618, maka salah satu sudut lengkok itu akan menjadi 137.5° (Parveen, 2005). Sudut ini dikenali sebagai sudut emas.



Rajah 2.1 Sudut Emas dengan nisbah di antara panjang lengkok A dan B ialah 1.618

Kebanyakan tumbuhan menunjukkan sudut emas dalam pertumbuhan daunnya. Bagi tumbuh-tumbuhan seperti ini, sudut di antara dua daun yang bersebelahan menghampiri 137.5° . Satu contoh telah diberi dan ditunjukkan dalam Gambar 2.2 (Smith College, n.d.). *Aonium* (nama bagi sejenis tumbuh-tumbuhan daripada famili Arum) menunjukkan dua pusaran dalam arah lawan jam dan tiga pusaran mengikut arah jam. Sudut di antara daun yang kedua dan ketiga serta sudut di antara daun kelima dan keenam diukur dan didapati sudut ini adalah menghampiri sudut emas, 137.5° .



Gambar 2.2 Sudut di antara daun kedua dan ketiga serta daun kelima dan keenam menghampiri 137.5° .

2.3 KAJIAN TENTANG SUSUNAN DAUN (*PHYLLOTAXIS*)

Dalam bahasa Yunani, *phyllotaxis* bermaksud susunan daun. Pada amnya, susunan daun bagi tumbuh-tumbuhan biasanya berkaitan dengan nombor Fibonacci dan pusaran emas.

2.3.1 Sejarah Susunan Daun

Perkataan *phyllotaxis* diwujudkan pada tahun 1754 oleh seorang penyelidik alam Swiss iaitu Charles Bonnet (1720-1793) (Livio, 2002). Sebagai contoh, lintasan dari satu daun kepada daun yang berikutnya (atau dari satu tangkai kepada tangkai yang berikutnya di sepanjang dahan) yang kelihatan seperti skru di sepanjang tangkainya dan susunan bagi unit berulangan dalam ukuran pokok pain kerucut atau biji benih bunga matahari. Berdasarkan kepada contoh yang diberi oleh Livio (2002), daun boleh disusun dalam nisbah susunan daun, m/n (atau setiap m/n per putaran), yang mana m menwakili bilangan putaran dan n menwakili bilangan daun seperti ditunjukkan dalam Gambar 2.3 (Briton, 2005).



Gambar 2.3 Susunan daun dalam nisbah m/n , yang mana m menwakili bilangan putaran dan n menwakili bilangan daun

Livio (2002) telah memberi beberapa contoh berdasarkan nisbah susunan daun m/n . Contoh-contoh ini telah diringkaskan dalam Jadual 2.1 mengikut nisbah susunan daun masing-masing. Daripada contoh-contoh yang diberi oleh Livio, didapati bahawa penyebut dan pengangka dalam setiap nisbah susunan daun juga merupakan salah satu unsur dalam nombor Fibonacci.

Jadual 2.1 Contoh nisbah susunan daun

Jenis Tumbuh-tumbuhan	Nisbah Susunan Daun
Basswoods	1/2
Hazel, blackberry and beech	1/3
Apple, coast live oak and apricot	2/5
Pear and weeping willow	3/8

Livio (2002) menyatakan bahawa daun bagi tumbuh-tumbuhan adalah mengikut bentuk yang tertentu dan ini telah dicatat pada zaman dahulu oleh Theophrastus (ca. 372 B.C.-ca. 287 B.C) dalam buku *Enquiry into Plant*. Sementara itu, Pliny the Elder (A.D 23-79) telah menjelaskan selang di antara daun yang disusun

secara berpusing di sepanjang dahan dalam karyanya *Natural History*. Pada abad ke-15, Leonardo da Vinci (1452-1519) pula menambahkan elemen kuantitatif untuk menjelaskan susunan daun dalam bentuk pusaran. Orang yang pertama menentukan hubungan di antara susunan daun dan nombor Fibonacci ialah Johannes Kepler (Livio, 2002)

2.3.2 Konsep *Phyllotaxis*

Dalam kajian alam sekitar, terdapat banyak kajian mengenai susunan daun tumbuh-tumbuhan. Menurut Magrath (2003), kajian tentang susunan daun tidak hanya mempertimbangkan tentang huraian bagi susunan daun itu tetapi juga mempertimbangkan teori yang menyebabkan susunan dalam daun.

Susunan daun boleh wujud dalam beberapa jenis bentuk dalam tumbuh-tumbuhan. Tiga jenis bentuk susunan asas dalam tumbuhan berbunga adalah pusaran, bertentangan dan pusingan (Magrath, 2003). Banyak kajian dan penyelidikan telah menumpu kepada bentuk pusaran yang wujud dalam tumbuh-tumbuhan. Organ tumbuh-tumbuhan seperti daun dan biji benih yang disusun dalam bentuk pusaran dinamakan sebagai pusaran susunan daun. Susunan pusaran melibatkan susunan daun secara alternatif yang mana setiap nod tanngkai dan daun pada nod itu adalah berputar sedikit daripada nod yang di bawah dan atasnya (Magrath, 2003). Susunan pusaran ini selalunya berhubung rapat dengan nombor Fibonacci dan dipanggil Fibonacci susunan daun.



RUJUKAN

- Albers, D., Campbell, P. J., Crowe, D., Schuster, S. dan Wang, P., 1988. Symmetry and Patterns. In: Steen, L.A. (eds.), *Introduction to Contemporary Mathematics*. Comap, Arlington.
- Britton, J., 2005. Fibonacci Numbers in Nature. <http://britton.disted.camusun.bc.ca/fibslide/jbfibslide.htm>.
- Davis, T. A. dan Bose, T. K., 1971. Fibonacci System in Aroids. *Fibonacci Quarterly*, **9**, 253-263.
- Davis, T. A., 1971. Why Fibonacci Sequence for Palm Leaf Spiral?. *Fibonacci Quarterly*, **9**, 237-244.
- Gronau, D., 2004. The Spiral of Theodorus. *The Mathematical Association of America. Monthly* **11**, 230-237.
- Hejazi, M., 2004. Geometry in Nature and Persian Achitecture. *Building and Environment*, 1-15.
- The Geometry of Life. <http://cccmkc.edu.hk/~kei-kph/Geometry%20of%20life/Geometry%20of%20life.htm>.
- Ingrouille, M., 2002. Flowers. In: *Encyclopedia of Life Science*, Vol 7. Nature Publishing Group, UK.
- Jean, R. V., 1984. *Mathematical Approach to Pattern and Form in Plant Growth*. John Wiley and Sons, Canada.

Magrath, L.K., 2003. Leaf Arrangements. Dlm: *Magill's Encyclopedia of Science*, Vol 2. Salem Press, California.

Malygin, A. G., 2002. Theory of Phyllotaxis. 2. Crystallographic Interpretation of the Interrelation between Lower and Superior Phyllotaxis Forms. *Russian Journal of Developmental Biology*, **33**, **16**, 386-392.

Markley, J. M., 2003. The Fibonacci Sequence: Relationship to the Human Hand. *The Journal of Hand Surgery*. **28A**, **4**, 704-706.

Mathart Connections, n. d. *Chapter 1: Geometrical Figures*. <http://www.punahou.edu/acad/sanders/MathArt/MACch1geo.html>.

McNabb, M. S., 1973. A Primer for Fibonacci Numbers: Phyllotaxis. *Fibonacci Association*, 9-12.

Livio, M., 2002. *The Golden Ratio*. Review, UK.

Neal, P. R., Dafni, A. dan Giurfa, M., 1998. Floral Symmetry and Its Role in Plant-Pollinator System: Terminology, Distribution, and Hypotheses. *Annu. Rev. Ecol. Syst.* **29**, 345-373.

Parveen, N., n.d. Fibonacci in Nature. <http://www.world-mysteries.com/>.

Reinhardt, D., Pesce1, E. R., Stieger, P., Therese, M., Baltensperger, K., Bennett, M., Traas, J., Friml, J. dan Kuhlemeier, C., 2003. Regulation of Phyllotaxis by Polar Auxin Transport. *Nature*. **426**, 255-260.

Rossi, C. dan Tout, C. A., 2002. Were the Fibonacci Series and the Golden Section Known in Ancient Egypt?. *Historica Mathematica*. **29**, 101-113.

Shipman, P. D. dan Newell, A. C., 2005. Polygonal Plantforms and Phyllotaxis on Plants. *Journal of Theoretical Biology*, 1-44.

Smith College, n. d. *Fibonacci -Golden Angle*. <http://maven.smith.edu/~phylllo/About/fibogolden.html>.

Stakhov, A., 2005. Fundamentals of a New Kind of Mathematics Based on the Golden Section. *Chaos, Solitons and Fractals*, 1-23.

Yamada, H., Tanaka, R. dan Nakagaki, T., 2004. Sequence of Symmetry-Breaking in Phyllotactic Transitions. *Bulletin of Mathematical Biology*, **66**, 779-789.

