PENYELESAIAN PERSAMAAN TERBITAN BIASA DENGAN KAEDAH PENGURAIAN ADOMIAN

SOONG KIT YEE

DISERTASI INI DIKEMUKAKAN UNTUK MEMENUHI SEBAHAGIAN DARIPADA SYARAT MEMPEROLEHI IJAZAH SARJANA MUDA SAINS DENGAN KEPUJIAN

PROGRAM MATEMATIK DENGAN KOMPUTER GRAFIK
SEKOLAH SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITI MALAYSIA SABAH

April 2007

BORANG PENGESAHAN STATUS TESIS@

JUDUL: PENYELESAIAN PERSAMAAN TERBITAN BIASA DENGAN KAEDAH PENGURAIAN ADOMIAN

Ijazah: SARJANA MUDA SAINS DENGAN KEPUJIAN

SESI PENGAJIAN: 2004/2005

Saya SOONG KIT YEE

(HURUF BESAR)

mengaku membenarkan tesis (~~LPS~~/Sarjana/~~Doktor Falsafah~~)* ini disimpan di Perpustakaan Universiti Malaysia Sabah dengan syarat-syarat kegunaan seperti berikut:

1. Tesis adalah hakmilik Universiti Malaysia Sabah.
2. Perpustakaan Universiti Malaysia Sabah dibenarkan membuat salinan untuk tujuan pengajian sahaja.
3. Perpustakaan dibenarkan membuat salinan tesis ini sebagai bahan pertukaran antara institusi pengajian tinggi.
4. **Sila tandakan (/)

[ ]	SULIT	(Mengandungi maklumat yang berdarjah keselamatan atau kepentingan Malaysia seperti yang termaktub di dalam AKTA RAHSIA RASMI 1972)
[✓]	TERHAD	(Mengandungi maklumat TERHAD yang telah ditentukan oleh organisasi/badan di mana penyelidikan dijalankan)
[ ]	TIDAK TERHAD	

Disahkan oleh

(TANDATANGAN PENULIS)

(TANDATANGAN PUSTAKAWAN)

Alamat Tetap: 18, Persiaran Pegoh Aman 9, Taman Desa Aman, 31500 Lahat, Perak.

KHADIZAH GHAZALI

Nama Penyelia

Tarikh: 20/4/07

Tarikh:

CATATAN: * Potong yang tidak berkenaan.

** Jika tesis ini SULIT atau TERHAD, sila lampirkan surat daripada pihak berkuasa/organisasi berkenaan dengan menyatakan sekali sebab dan tempoh tesis ini perlu dikelaskan sebagai SULIT dan TERHAD.

@ Tesis dimaksudkan sebagai tesis bagi Ijazah Doktor Falsafah dan Sarjana secara penyelidikan, atau disertasi bagi pengajian secara kerja kursus dan penyelidikan, atau Laporan Projek Sarjana Muda (LPSM).

PENGAKUAN

Saya akui karya ini adalah hasil kerja saya sendiri kecuali nukilan dan ringkasan yang setiap satunya telah dijelaskan sumbernya.

19 April 2007

SOONG KIT YEE
HS2004-2334

PENGHARGAAN

Saya teringin mengambilkan kesempatan di sini untuk mengucapkan ribuan terima kasih kepda penyelia projek saya, cik Khadizah Ghazali. Beliau banyak memberikan nasihat dan bimbingan kepada saya sepanjang tempoh kajian ini.

Tidak lupa juga saya ingin mengucapkan ribuan terima kasih kepada keluarga saya terutamanya ibu bapa saya yang telah banyak memberikan sokongan mental dan kewangan kepada saya untuk menjayakan projek akhir tahun ini. Di sini, saya juga ingin mengucapkan terima kasih kepada rakan-rakan sepejuangan saya yang telah banyak membantu dan memberikan idea kepada saya untuk menyiapkan projek ini.

Akhir sekali, saya ingin merakamkan penghargaan kepada semua pihak yang telah banyak memberikan kerjasama di sepanjang tempoh kajian ini. Nasihat dan kerjasama anda amat saya hargai. Sekian terima kasih.

PENGESAHAN PEMERIKSA

DIPERAKUI OLEH

Tandatangan

1. **PENYELIA**
   (CIK. KHADIZAH GHAZALI)

2. **PEMERIKSA**
   (EN. VICTOR TIONG KUNG MING)

3. **DEKAN**
   (SUPT/KS PROF MADYA DR. SHARIFF A.K. OMANG)

ABSTRAK

Dalam kajian ini, satu kaedah yang agak baru dikenali sebagai kaedah Penguraian Adomian akan diaplikasikan dalam penyelesaian persamaan terbitan linear dan tak linear. Kaedah ini merupakan satu pendekatan baru untuk memperoleh penyelesaian hampiran secara beranalisis bagi kebanyakkan kes di mana persamaan terbitan biasa terutamanya bagi masalah yang tak linear yang tidak dapat diselesaikan secara beranalisis. Kaedah Penguraian Adomian digunakan untuk memperoleh penyelesaian hampiran berangka persamaan terbitan biasa yang linear dan tak linear tanpa melibatkan pendiskretan. Satu perbandingan secara berangka antara kaedah Penguraian Adomian dan satu kaedah klasik iaitu kaedah Runge-Kutta 4-tahap dipersembahkan. Keputusan yang diperoleh menunjukkan kaedah Penguraian Adomian adalah agak tepat, efektif, dan mudah digunakan untuk mendapatkan penyelesaian hampiran secara beranalisis dan secara berangka.

SOLVING ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATION BY ADOMIAN DECOMPOSITION METHOD

ABSTRACT

In this study, a relatively new method called Adomian decomposition method is applied for solving linear and nonlinear ordinary differential equations. This method is a relatively new approach to obtain an analytical approximate solution for most cases where the nonlinear problems cannot yield its analytical solution. Adomian decomposition method is used to obtain the numerical approximate solution for both linear and nonlinear ordinary differential equation without discretization. A numerical comparison between the Adomian decomposition method and a conventional method such as the fourth-order Runge-Kutta method is presented. The obtained results show that the Adomian decomposition method is quite accurate, effective, and readily implemented for obtaining the analytical approximate solutions as well as numerical approximate solutions.

KANDUNGAN

Muka Surat

SENARAI JADUAL

No. Jadual | Muka Surat

SENARAI SIMBOL

$\frac{d}{dx}$	Pembezaan
y'	Terbitan peringkat pertama
y''	Terbitan peringkat kedua
$\sum$	Hasil tambah
f	Fungsi
$\int$	Kamiran tunggal
$\iint$	Kamiran ganda dua
L	Operator terbitan linear peringkat tertinggi
L^{-1}	Operator songsangan bagi L
R	Operator terbitan linear peringkat lebih rendah daripada L
Nu	Sebutan tak linear
A_n	Polinomial Adomian

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Pengenalan

Persamaan Terbitan Biasa (PTB) merupakan suatu bidang matematik yang sangat luas dan berguna. Ia merupakan suatu alat yang penting untuk menyelesaikan masalah dunia sebenar seperti pertumbuhan populasi, keseimbangan ekologi, kadar faedah dan sebagainya. Selain daripada bidang matematik, persamaan terbitan juga merupakan bidang yang penting dalam kejuruteraan, sains fizikal, sains kemasyarakatan, ekonomi, dan sebagainya. Ini menjadikan persamaan terbitan salah satu subjek utama yang harus dikuasai oleh para pelajar sains, sama ada peringkat sekolah menengah atau peringkat tinggi.

Terdapat dua teknik yang umum digunakan untuk menyelesaikan persamaan terbitan biasa iaitu teknik analitik dan teknik berangka. Antara teknik-teknik analitik yang biasa digunakan adalah seperti pengamiran langsung, pemisahan pembolehubah, jelmaan Laplace, penyelesaian bersiri dan sebagainya. Walau bagaimanapun, penyelesaian analisis hanya akan diperolehi apabila persamaan tersebut mempunyai bentuk tertentu sahaja (Mohd. Nor, 1993). Kaedah berangka tidak menghadapi masalah seperti yang wujud dalam kaedah analitik, iaitu penyelesaian berangka boleh diperolehi dengan sebarang bentuk persamaan. Antara teknik-teknik berangka yang sering digunakan adalah seperti kaedah Euler, kaedah siri Taylor, kaedah Runge-Kutta, kaedah Multilangkah, kaedah Adams-Moulton, dan sebagainya (Gerald & Wheatley, 1994). Kaedah-kaedah berangka tersebut dikenali sebagai kaedah klasik.

Walaupun penyelesaian secara beranalisis bagi persamaan terbitan telah banyak diterokai oleh ahli-ahli matematik, tetapi pada amnya kebanyakan masalah yang tak linear masih belum dapat diselesaikan lagi secara beranalisis. Dengan alasan tersebut, maka kaedah berangka luas digunakan bagi mendapatkan penyelesaian hampiran persamaan tersebut. Tetapi kaedah klasik yang disebutkan tadi tidak mudah untuk diaplikasikan serta melibatkan langkah kerja yang rumit dan membosankan. Dalam kajian ini, satu kaedah moden yang dikenali sebagai kaedah Penguraian Adomian (PA) akan dibincangkan disertai dengan beberapa contoh persamaan terbitan biasa. Perbandingan hasil kajian yang diperolehi daripada kaedah moden ini turut akan dibincangkan.

1.2 Latar Belakang Persamaan Terbitan

Pengajian persamaan terbitan bermula sejak dari peringkat awal pengembangan ilmu kalkulus lagi, iaitu suatu cabang ilmu yang dipelopori oleh ahli sains dari Jerman, Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716) dan Isaac Newton (1642-1727) dari Britain. Newton mengelaskan persamaan terbitan peringkat pertama mengikut bentuk seperti berikut:

$$\frac{dy}{dx} = f(x), \; \frac{dy}{dx} = f(y), \text{ dan } \frac{dy}{dx} = f(x,y). \tag{1.1}$$

Beliau telah membangunkan suatu kaedah penyelesaian yang menggunakan siri tak terhingga bagi persamaan (1.1) ini apabila $f(x, y)$ ialah polinomial terhadap x dan y. Leibniz pula telah menemui kaedah pemisahan pembolehubah, penurunan persamaan homogen kepada persamaan terpisahkan dalam tahun 1691, dan tatacara menyelesaikan persamaan linear peringkat pertama dalam tahun 1694. Leonhard Euler (1707-1783), seorang ahli matematik yang paling produktif, banyak memberi sumbangan dalam penyelesaian masalah persamaan terbitan. Beliau telah mengenal pasti syarat-syarat persamaan terbitan peringkat pertama menjadi tepat, telah membangunkan teori faktor pengamir, dan telah memberi penyelesaian am persamaan linear dan homogen yang pekalinya adalah malar. Selain itu, beliau telah memperluaskan lagi keputusan persamaan homogen kepada persamaan tak homogen. Antara ahli-ahli matematik lain yang telah banyak memberikan sumbangan mereka dalam bidang persamaan terbitan adalah seperti Jacob Bernoulli dan Johann Bernoulli, Joseph Louis Lagrange, Pierre Simon de Laplace, dan lain-lain lagi (Boyce & Diprima, 1997).

1.3 Persamaan Terbitan Biasa

Persamaan terbitan biasa (PTB) ialah suatu persamaan yang menghubungkan fungsi yang tidak diketahui $y = f(x)$ dengan $y', y'', \ldots, y^{(n)}$ dan pembolehubah tak bersandar x. Pada amnya, hubungan ini dapat dituliskan sebagai

$$F(x, y, y', y'', \ldots, y^{(n)}) = 0 \tag{1.2}$$

Peringkat persamaan terbitan biasa ialah terbitan tertinggi yang wujud dalam persamaan terbitan tersebut manakala darjah persamaan terbitan biasa ialah kuasa yang wujud pada terbitan peringkat tertinggi apabila pecahan dan radikal yang melibatkan y atau terbitannya telah ditiadakan daripada persamaan tersebut (Mohd. Nor, 1993). Tatatanda piawai yang biasa digunakan untuk mewakili persamaan terbitan biasa adalah seperti berikit:

$$\frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}, \ldots, \frac{d^ny}{dx^n}, \ldots,$$

dan (1.3)

$$y', y'', \ldots, y^{(n)}, \ldots$$

Suatu fungsi $y = \varphi(x)$ dikenali sebagai penyelesaian bagi persamaan terbitan biasa jika fungsi $\varphi(x)$ memenuhi persamaan tersebut. Sebarang penyelesaian persamaan terbitan biasa peringkat ke-n dengan n pemalar sebarangan dikenali sebagai penyelesaian am bagi persamaan tersebut. Seterusnya, dengan mengenakan syarat-syarat tertentu kepada penyelesaian am, maka diperoleh suatu penyelesaian yang dikenali sebagai penyelesaian khusus. Syarat-syarat ini dikenali sebagai syarat awal atau syarat sempadan. Syarat awal ialah semua syarat yang diberikan kepada nilai pembolehubah tak bersandar yang sama. Sebaliknya, syarat sempadan ialah syarat yang diberikan kepada nilai pembolehubah tak bersandar yang berbeza.

Persamaan terbitan biasa peringkat pertama mempunyai bentuk persamaan seperti

$$y' = f(x,y) \tag{1.4}$$

dengan $f(x,y)$ suatu fungsi yang diketahui. Persamaan terbitan ini banyak diaplikasikan dalam penyelesaian masalah seperti masalah pertumbuhan populasi, masalah reputan radioaktif, masalah peluncuran jasad, dan lain-lain lagi. Terdapat beberapa kategori persamaan terbitan biasa peringkat pertama yang selalu ditemui adalah seperti persamaan boleh pisah, persamaan homogen, persamaan linear, persamaan tepat, dan persamaan Bernoulli (Mohd. Nor, 1993). Persamaan terbitan dalam kategori-kategori ini dapat diselesaikan secara analitik dengan mudah.

Persamaan terbitan biasa dikatakan linear sekiranya pembolehubah bersandar y, dan kesemua terbitan pembezanya seperti y', y'', …, $y^{(n)}$ mempunyai darjah pertama, iaitu mempunyai kuasa satu. Pada amnya, persamaan terbitan linear ini berbentuk

$$a_n(x)\, y^{(n)} + a_{n-1}(x)\, y^{(n-1)} + \dots + a_1(x)\, y' + a_0(x)y = f(x) \qquad (1.5)$$

dengan a_0, a_1, …, a_n dan f adalah fungsi x dan bukan y, jika tidak, persamaan (1.5) adalah tak linear. Persamaan terbitan (1.5) dinamakan persamaan terbitan linear peringkat ke-n, dengan syarat $a_n(x) \neq 0$. Sekiranya fungsi $f(x) = 0$, persamaan terbitan (1.5) dikenali sebagai persamaan terbitan biasa linear homogen, jika tidak, persamaan (1.5) dikenali sebagai persamaan terbitan biasa linear tak homogen.

1.4 Kaedah Berangka

Penyelesaian analisis bagi sesuatu persamaan terbitan hanya wujud apabila persamaan tersebut mempunyai bentuk tertentu (Mohd. Nor, 1993). Dalam kebanyakan kes, penyelesaian analisis masalah nilai awal tidak dapat diperolehi, contohnya $y' = sin(xy)$, dengan syarat awal, $y(0) = 1$. Maka, kaedah berangka diaplikasikan untuk memperoleh penyelesaian hampiran bagi masalah nilai awal tersebut (Abell & Braselton, 2001).

Satu daripda kaedah langkah demi langkah yang termudah bagi menyelesaikan masalah nilai awal secara berangka ialah kaedah garis tangen, yang mula-mula digunakan oleh Euler. Kaedah Euler senang untuk diaplikasikan tetapi ia bukan kaedah yang jitu. Untuk memperbaiki kejituannya, kaedah Euler yang diperbaiki diperkenalkan dan didapati kaedah Euler diperbaiki ini memperoleh penyelesaian hampiran yang lebih jitu daripada kaedah Euler asal (Rice & Strange, 1994).

Seterusnya, satu kaedah yang diperkenalkan oleh Carl David Runge (1856-1927) dan M. Wilhelm Kutta (1867-1944) dikenali sebagai kaedah Runge-Kutta. Kaedah ini merupakan satu kaedah yang paling meluas digunakan dan yang paling berjaya. Ia mempunyai kejituan yang tinggi berbanding dengan kaedah Euler asal dan kaedah Euler diperbaiki (Rice & Strange, 1994).

Selain daripada itu, kaedah berangka lain yang digunakan untuk mendapatkan nilai hampiran penyelesaian tepat adalah seperti kaedah Picard, kaedah siri Taylor, kaedah multilangkah, kaedah peramal-pembetul dan sebagainya.

1.5 Kaedah Penguraian Adomian

Kaedah berangka yang dibincangkan dahulu merupakan kaedah klasik. Dalam bahagian ini, satu kaedah moden yang dikenali sebagai kaedah Penguraian Adomian (PA) juga dikenali sebagai kaedah PA piawai akan dibincangkan. Kaedah PA merupakan satu pendekatan baru untuk membekalkan suatu penghampiran analisis bagi masalah linear dan tak linear. Kaedah ini juga membekalkan penyelesaian hampiran berangka bagi kedua-dua persamaan terbitan linear dan tak linear tanpa melibatkan proses pelinearan atau pendiskritan (Shawagfeh & Kaya, 2004).

Kaedah PA dipelopori oleh George Adomian (1922-1996), seorang ahli matematik dari Amerika pada awal tahun 1980. Kaedah ini diperkenalkan dengan tujuan menyelesaikan persamaan-persamaan seperti persamaan algebra, pembezaan, terbitan separa, pengamiran, dan lain-lain lagi (Casasus & Al-Hayani, 2002). Kaedah tersebut diaplikasikan bukan sahaja dalam bidang matematik tetapi juga dalam bidang lain seperti fizik, kimia, dan biologi.

Terdapat tiga jenis kaedah PA iaitu kaedah PA piawai, kaedah PA terubahsuai dan kaedah PA dua langkah. Kaedah PA terubahsuai dan kaedah PA dua langkah merupakan hasil daripada pengubahsuaian kaedah PA piawai. Antara ketiga-tiga jenis bentuk kaedah tersebut, kaedah PA dua langkah adalah paling berkesan dan hanya memerlukan langkah pengiraan yang ringkas (Luo, 2005).

1.6 Objektif Kajian

Kajian ini mempunyai beberapa objektif yang penting. Objektif pertama adalah untuk memahami konsep-konsep kaedah Penguraian Adomian dalam penyelesaian persamaan terbitan biasa.

Seterusnya, objektif kedua adalah mengaplikasikan kaedah Penguraian Adomian untuk menyelesaikan masalah nilai awal persamaan terbitan biasa linear dan tak linear.

Objektif ketiga adalah untuk membandingkan keputusan yang diperoleh daripada kaedah Penguraian Adomian dengan satu kaedah klasik yang digunakan sebagai kaedah kawalan dari beberapa aspek seperti langkah pengiraan dan kejituan. Tujuannya adalah untuk menentukan keberkesanan dan kesesuaian kaedah Penguraian Adomian dalam penyelesaian masalah nilai awal persamaan terbitan biasa.

Kaedah klasik yang akan diaplikasikan untuk perbandingan tersebut adalah kaedah Runge-Kutta 4-tahap. Di samping itu, perisian Maple akan digunakan sebagai alat sampingan bagi membantu proses pengiraan sepanjang kajian ini.

1.7 Skop Kajian

Skop kajian ini adalah menggunakan sejenis kaedah moden iaitu kaedah Penguraian Adomian dan satu kaedah kawalan iaitu kaedah Runge-Kutta 4-tahap untuk menyelesaikan masalah nilai awal persamaan terbitan biasa linear dan tak linear bagi peringkat pertama dan kedua. Seterusnya, perbandingan hasil kajian antara kaedah-kaedah tersebut akan dilakukan. Dalam kajian ini, perisian matematik yang digunakan sebagai alat sampingan sepanjang proses pengiraan adalah perisian Maple versi ketujuh (Maple 7).

BAB 2

ULASAN LITERATUR

2.1 Pengenalan

Kaedah Penguraian Adomian (PA) yang dikemukakan oleh Adomian pada awal tahun 1980 pada mulanya adalah dengan tujuan menyelesaikan masalah sempadan fizikal, kini telah diaplikasikan meluas kepada masalah penentuan dan stokastik, masalah linear dan tak linear, masalah dalam gerak balas fizikal, biologi, kimia dan sebagainya. Banyak kajian telah dilakukan terhadap kaedah baru ini dengan kesimpulannya bahawa kaedah penguraian Adomian adalah berkesan dan mudah diaplikasikan serta memberi penyelesaian hampiran yang tepat dan cepat menumpu kepada penyelesaian sebenar.

Dalam bab ini, beberapa teori penting tentang kaedah penguraian Adomian akan dibincangkan supaya lebih jelas dan difahami. Kajian-kajian lepas terhadap kaedah ini turut akan dibincangkan.

2.2 Polinomial Adomian

Polinomial Adomian merupakan faktor utama yang penting dalam kaedah Penguraian Adomian (PA). Langkah pengiraan yang penting dalam kaedah PA adalah penguraian operator tak linear dalam sesuatu persamaan kepada siri-siri polinomial khas $\sum_{n=1}^{\infty} A_n$, di mana A_n dikenali sebagai polinomial Adomian (Chen & Lu, 2004).

Menurut Fawzi Abdelwahid (2003), Adomian telah memperkembangkan teknik beliau dengan pelbagai jenis polinomial yang istimewa tetapi polinomial tersebut diberi tanpa formula matematik. Hal ini menyebabkan kesukaran untuk mendapatkan polinomial tersebut terutamanya bila peringkat tinggi dikehendaki. Oleh itu, Fawzi memperkenalkan satu rumusan matematik untuk polinomial Adomian. Dengan bantuan perisian Mathematica, rumusan-rumusan tersebut boleh digunakan untuk menghasilkan polinomial Adomian bagi sebarang peringkat.

Pada kebelakangan ini, banyak kajian dibuat dan menumpukan perhatian kepada kaedah praktikal untuk pengiraan polinomial Adomian A_n. Tujuannya adalah untuk mendapatkan satu teknik lain untuk mengira polinomial Adomian secara praktikal tanpa melibatkan formula yang diperkenalkan oleh Adomian (Chen & Lu, 2004). Dalam kajian Chen dan Lu (2004), satu algoritma yang berkesan yang senang diprogramkan dalam perisian Maple telah dibuktikan dan digunakan untuk mengira polinomial Adomian bagi operator tak linear dalam persamaan-persamaan terbitan.

Satu kaedah baru yang terubahsuai daripada kaedah PA diperkenalkan iaitu kaedah PA dengan polinomial *Chebyshev*. Polinomial tersebut digunakan untuk mengembangkan fungsi. Hasil kajian ini menunjukkan bahawa kaedah yang dikemukakan tersebut adalah keandalan dan efisien (Hosseini, 2006).

2.3 Fenomena Sebutan Hingar

Sebutan hingar ditakrifkan sebagai sebutan serupa dengan tatatanda berbeza yang wujud dalam dua komponen utama siri penyelesaian kaedah penguraian Adomian, $u(x)$. Wazwaz (1999) menyatakan bahawa jika sebutan-sebutan hingar dalam komponen u_0 dibatalkan oleh sebutan-sebutan hingar dalam komponen u_1 sungguhpun u_1 mengandungi sebutan lebihan, maka sebutan-sebutan yang tertinggal dalam u_0 merupakan penyelesaian sebenar $u(x)$. Dengan fenomena tersebut, penumpuan siri penyelesaian kepada penyelesaian sebenar dapat dicapaikan dengan cepat.

Kajian yang dibuat oleh Adomian dan Rach pada tahun 1992 telah menunjukkan sebutan hingar sentiasa wujud dalam persamaan tak homogen. Syarat-syarat kewujudan sebutan hingar dalam komponen u_0 dan u_1 adalah dengan syarat penyelesaian sebenar $u(x)$ mesti menjadikan sebahagian daripada sebutan-sebutan u_0 (Wazwaz & El-Sayed, 2001).

2.4 Pengubahsuaian Kaedah Penguraian Adomian

Banyak pengubahsuaian terhadap kaedah PA yang juga dikenali sebagai kaedah PA piawai telah diperkenalkan. Tujuan pengubahsuaian adalah seperti meringkaskan langkah kerja pengiraan, mempercepatkan penumpuan siri, dan sebagainya.

Pada tahun 1999, Wazwaz memperkenalkan kaedah Penguraian Adomian Terubahsuai (PAT) yang merupakan hasil daripada pengubahsuaian kaedah PA piawai. Berbanding dengan kaedah PA piawai, kadar penumpuan siri penyelesaian kaedah PAT adalah lebih cepat dan melibatkan langkah pengiraan yang lebih ringkas. Tambahan lagi, kaedah PAT ini mungkin dapat memperolehi penyelesaian sebenar bagi masalah tak linear tanpa melibatkan polinomial Adomian dan dipercayai hanya melalui dua lelaran sahaja (Wazwaz, 1999).

Walau bagaimanapun, kaedah PAT terbentuk berdasarkan andaian bahawa fungsi f boleh dibahagi kepada dua bahagian, f_1 dan f_2. Sekiranya fungsi yang dipilih kurang sesuai, maka akan menyebabkan kerja pengiraan menjadi lebih rumit daripada kaedah PA piawai dan penumpuan siri penyelesaian akan dilambatkan. Oleh itu, satu kaedah baru yang dikenali sebagai kaedah Penguraian Adomian Dua Langkah (PA2L) dikemukakan (Luo, 2005).

Berbanding dengan kaedah PA piawai dan kaedah PAT, kaedah PA2L mampu memberikan penyelesaian dengan satu lelaran sahaja dan tidak memerlukan polinomial Adomian (Luo, 2005).

2.5 Kajian Lepas Tentang Kaedah Penguraian Adomian

Banyak kajian telah dilakukan ke atas kaedah Penguraian Adomian (PA) mengenai aplikasi-aplikasinya dalam pelbagai masalah, pengubahsuaiannya, perbandingan dengan kaedah-kaedah lain, dan sebagainya. Kaedah PA merupakan suatu kaedah yang luas digunakan dalam bidang matematik untuk menyelesaikan kebanyakan

RUJUKAN

Abell, M. L. & Braselton, J. P., 2001. *Modern Differential Equations*. Ed. ke-2. Harcourt, Inc., Orlando.

Al-Khaled, K. & Anwar, M. N., 2005. Numerical comparison of methods for solving second-order ordinary initial value problems. *Applied Mathematical Modelling* (Sedang diterbitkan).

Aminataei, A. & Hosseini, S. S., 2006. The comparison of the stability of Adomian decomposition method with numerical method of equation solution. *Applied Mathematics and Computation* (Sedang diterbitkan).

Babolian, E., Vahidi, A. R., & Cordshooli GH. A., 2005. Solving differential equations by decomposition method. *Applied Mathematics and Computation* **167**, 1150-1155.

Biazar, J., 2006. Solution of the epidemic model by Adomian decomposition method. *Applied Mathematics and Computation* **173**, 1101-1106.

Biazar, J., Babolian, E., & Islam, R., 2004. Solution of the system of ordinary differential equations by Adomian decomposition method. *Applied Mathematics and Computation* **147**, 713-719.

Boyce, W. E. & Diprima, R. C., 1997. *Persamaam Pembezaan Permulaan Dan Masalah Nilai Sempadan.* Md. Abu Omar Awang (ptjr). Ed. ke-4. Universiti Sains Malaysia, Pulau Pinang.

Casasus, L. & Al-Hayani, W., 2002. The decomposition method for ordinary differential equations with discontinuities. *Applied Mathematics and Computation* **131**, 245-251.

Chen, W. & Lu, Z., 2004. An algorithm for Adomian decomposition method. *Applied Mathematics and Computation* **159**, 221-235.

Fausett, L. V., 2003. *Numerical Methods: Algorithms and Applications.* Pearson Education, Inc., New Jersey.

Fawzi Abdelwahid, 2003. A mathematical model of Adomian polynomials. *Applied Mathematics and Computation* **141**, 447-453.

Gerald, C. F. & Wheatley, P. O., 1994. *Applied Numerical Analysis.* Ed. ke-5. Addison-Wesley Publishing Company, Inc., United States.

Hosseini, M. M., 2006. Adomian decomposition method with Chebyshev polynomials. *Applied Mathematics and Computation* **175,** 1685-1693.

Hosseini, M. M. & Nasabzadeh, H., 2006. On the convergence of Adomian decomposition method. *Applied Mathematics and Computation* (Sedang diterbitkan).

Kaya, D., 2004. A reliable method for the numerical solution of the kinetics problems. *Applied Mathematics and Computation* **156**, 261-270.

Luo, X. G., 2005. A two-step Adomian decomposition method. *Applied Mathematics and Computation* **170**, 570-583.

Mohd. Nor Mohamad, 1993. *Pengenalan Persamaan Terbitan Biasa*. Dewan Bahasa dan Pustaka, Kuala Lumpur.

Rice, B. J. & Strange, J. D., 1994. *Ordinary Differential Equations with Applications*. Ed. ke-3. Brooks/Cole Publishing Company, Carlifornia.

Shawagfeh, N. & Kaya, D., 2004. Comparing Numerical Methods for the Solutions of Systems of Ordinary Differential Equations. *Applied Mathematics Letters* **17**, 323-328.

Wazwaz, A. M., 1998. A comparison between Adomian decomposition method and Taylor series method in the series solutions. *Applied Mathematics and Computation* **97**, 37-44.

Wazwaz, A. M., 1999. A reliable modification of Adomian decomposition method. *Applied Mathematics and Computation* **102**, 77-86.

Wazwaz, A. M., 2002. A new method for solving singular initial value problems in the second-order ordinary differential equations. *Applied Mathematics and Computation* **128**, 45-57.

Wazwaz, A. M. & El-Sayed, S. M., 2001. A new modification of the Adomian decomposition method for linear and nonlinear operators. *Applied Mathematics and Computation* **122**, 393-405.