PENGANGGARAN DIOPHANTINE

GEETHA A/P VETHA SASTHRI

DISERTASI INI DIKEMUKAKAN UNTUK MEMENUHI
SEBAHAGIAN DARIPADA SYARAT MEMPEROLEHI IJAZAH
SARJANA MUDA SAINS DENGAN KEPUJIAN

PROGRAM MATEMATIK DENGAN KOMPUTER GRAFIK
SEKOLAH SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITI MALAYSIA SABAH

April 2007

PUMS 99:1

UNIVERSITI MALAYSIA SABAH

BORANG PENGESAHAN STATUS TESIS@

JUDUL: Pengganggaran Diophantine

Ijazah: Sarjana Muda Sains Dengan Kepujian (Matematik Dan Komputer Grafik.

SESI PENGAJIAN: 2004-2007.

Saya GEETHA A/P VETHA SASTHRI

(HURUF BESAR)

mengaku membenarkan tesis (~~LPS~~/Sarjana/~~Doktor Falsafah~~)* ini disimpan di Perpustakaan Universiti Malaysia Sabah dengan syarat-syarat kegunaan seperti berikut:

1. Tesis adalah hakmilik Universiti Malaysia Sabah.
2. Perpustakaan Universiti Malaysia Sabah dibenarkan membuat salinan untuk tujuan pengajian sahaja.
3. Perpustakaan dibenarkan membuat salinan tesis ini sebagai bahan pertukaran antara institusi pengajian tinggi.
4. **Sila tandakan (/)

[ ]	SULIT	(Mengandungi maklumat yang berdarjah keselamatan atau kepentingan Malaysia seperti yang termaktub di dalam AKTA RAHSIA RASMI 1972)
[/]	TERHAD	(Mengandungi maklumat TERHAD yang telah ditentukan oleh organisasi/badan di mana penyelidikan dijalankan)
[ ]	TIDAK TERHAD	

Disahkan oleh

(TANDATANGAN PENULIS)

(TANDATANGAN PUSTAKAWAN)

Alamat Tetap: 48, JLN RAMBAI 4, TMN KOTA JAYA, 81900 KOTA TINGGI, JOHOR

En. Rajasegaran Ramasamy
Nama Penyelia

Tarikh: 20-04-2007

Tarikh: 20.04.2007.

CATATAN: * Potong yang tidak berkenaan.

** Jika tesis ini SULIT atau TERHAD, sila lampirkan surat daripada pihak berkuasa/organisasi berkenaan dengan menyatakan sekali sebab dan tempoh tesis ini perlu dikelaskan sebagai SULIT dan TERHAD.

@ Tesis dimaksudkan sebagai tesis bagi Ijazah Doktor Falsafah dan Sarjana secara penyelidikan, atau disertasi bagi pengajian secara kerja kursus dan penyelidikan, atau Laporan Projek Sarjana Muda (LPSM).

PENGAKUAN

Saya akui karya ini adalah hasil kerja saya sendiri kecuali nukilan dan ringkasan yang setiap satunya dijelaskan sumbernya.

19 April 2007

GEETHA A/P VETHA SASTHRI
HS 2004-1029

DIPERAKUKAN OLEH

Tandatangan

1. **PENYELIA**

   (Encik Rajasegeran Ramasamy)

2. **PEMERIKSA**

   (Cik Khadizah Ghazali)

4. **DEKAN**

   (Prof. Madya. Dr. Shariff A. Kadir S.Omang)

PENGHARGAAN

Saya ingin mengucapkan setinggi-tinggi terima kasih kepada pensyarah dan penyelia saya, Encik Rajasegeran Ramasamy ke atas penyeliaan yang sangat baik, bimbingan, perbincangan, komen dan kritikan serta galakan yang diberikan olehnya sepanjang pembelajaran kursus ini.

Saya juga ingin mengucapkan ribuan terima kasih kepada perkhidmatan Perpustakaan Unuversiti Malaysia Sabah serta kakitangan yang bertugas ke atas khidmat yang diberikan oleh mereka. Terima kasih juga diucapkan kepada perkhidmatan universiti-universiti lain: Universiti Sains Malaysia dan Universiti Kebangsaan Malaysia serta staf-staf ke atas panduan yang mereka berikan dalam menggunakan perkhidmatan perpustakaan mereka.

Tidak lupa juga rakan sekelas saya yang turut membantu saya dengan memberi komen dan kritikan yang membina serta sokongan moral semasa menghasillkan projek ini. Saya juga ingin berterima kasih kepada rakan sebilik saya yang sentiasa bekerjasama ketika saya menghasilkan projek ini.

Terima kasih juga diucapkan kepada ibu bapa saya Encik Vetha Sasthri dan Puan Kathiani, abang ipar dan kakak saya Encik Selvan dan Puan Sitah serta adik saya Sumitha ke atas segala bantuan kewangan serta galakan dan sokongan moral yang mereka berikan dalam menghasilkan projek ini.

ABSTRAK

Dalam disertasi ini tiga kaedah penganggaran dikaji iaitu teorem Thue-Siegel-Roth, teorem penganggaran Dirichlet dan teorem Hurwitz dengan menggunakan jujukan Farey. Kaedah pertama iaitu teorem Thur-Siegel-Roth adalah hasil yang asas dalam penganggaran Diophantine. Walau bagaimanapun, teorem ini tidak diberi perhatian kerana pembuktiannnya dianggap tidak efektif. Kaedah kedua, teorem penganggaran Dirichlet merupakan penambahbaikan terhadap teorem Thue-Siegel-Roth. Teorem ini menggunakan prinsip Pigeonhole dalam pembuktiannya. Teorem ini seterusnya ditambah baik oleh ahli matematik Hurwitz. Teorem ini dipanggil teorem Hurwitz. Dalam kajian ini jujukan Farey digunakan dalam pembuktian teorem Hurwiz. Jarak di antara nombor tak nisbah yang dianggarkan dengan nombor nisbah yang menganggarnya dalam teorem Hurwitz adalah lebih kecil daripada teorem penganggaran Dirichlet. Teorem Hurwitz menghasilkan anggaran yang lebih baik daripada teorem penganggaran Dirichlet jika jujukan Farey yang bertertib tinggi digunakan. Semakin tinggi tertib jujukan Farey, semakin tepat penganggarannya. Secara keseluruhannya, didapati bahawa teorem Hurwitz merupakan penganggaran yang lebih baik daripada teorem Thue-Siegel-Roth dan teorem penganggaran Dirichlet.

ABSTRACT

In this disertation, three of the methods in Diophantine approximation studied. They are Thue-Siegel-Roth theorem, Dirichlet's approximation theorem and Hurwitz theorem using Farey sequences. The first method, Thue-Siegel-Roth theorem is the foundational result in Diophantine approximation. However, this theorem is not very concerntrated because the proving of the theorem is ineffective. The next method is Dirichlet's approximation theorem. This theorem is improvement of the theorem Thue-Siegel-Roth theorem. This theorem uses Pigeonhole principle in proving. This theorem then improved by the mathematician, Hurwitz. This improved theorem is Hurwitz theorem. Farey sequences is used to prove the Hurwitz theorem. In Hurwitz theorem, the distance between the irrational number to be approximated and the rational number that approximate it is less than in the Dirichlet's approximation theorem. Hurwitz theorem provides better approximation than the Dirichlet's approximation theorem if Farey sequence with higher order is used. As a conclusion, the Hurwitz theorem is better than the Thue-Siegel-Roth theorem and Dirichlet's approximation theorem.

KANDUNGAN

Muka Surat

SENARAI JADUAL

SENARAI RAJAH

No. Rajah Muka Surat

SENARAI SIMBOL

$\forall$	untuk sebarang
$\exists$	wujud
$\in$	unsur kepada
$\emptyset$	set kosong
$\mathbb{R}$	nombor nyata
Z	integer
Z^+	integer positif
Q	nombor nisbah
$\overline{Q}$	nombor tak nisbah
Σ	hasil tambah
γ	pemalar Euler-Mascheroni 0.5772157...
π	pi 3.1415926...
e	2.718281...
$\lvert S_j \rvert$	bilangan unsur dalam S_j
$\lvert x \rvert$	nilai mutlak x
fst(a, b)	faktor sepunya terbesar a dan b

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 PENGENALAN

Penganggaran Diophantine merupakan penganggaran nombor tak nisbah oleh nombor nisbah. Ketepatan penganggaran ini ditentukan oleh jarak di antara nombor tak nisbah yang dihampirkan dengan nombor nisbah yang menganggarkannya. Semakin kecil jarak di antara 2 nombor ini, semakin baik penganggarannya.

Penganggaran ini mengkaji sama ada untuk sebarang $\varepsilon > 0$, wujud atau tidak nombor nisbah $\frac{a}{b}$ dalam ε bagi nombor tak nisbah θ, yang memenuhi ketaksamaan berikut:

$$\left|\theta - \frac{a}{b}\right| < \varepsilon \tag{1.1}$$

Sebenarnya, untuk sebarang nombor nyata θ dan $\varepsilon > 0$, wujud nombor nisbah $\frac{a}{b}$ yang tidak terhingga yang memenuhi ketaksamaan (1.1) kerana nombor nisbah adalah tumpat dalam garis nombor nyata. Ini adalah idea ringkas penganggaran Diophantine (Leveque, 1962). Penganggaran Diophantine dinamakan mengikut orang yang bertanggungjawab menemuinya, iaitu ahli matematik Diophantus.

1.1.1 Sejarah dan Latar Belakang Diophantus

Diophantus merupakan seorang ahli matematik Greek. Beliau dipercayai dilahirkan di Alexandria, Mesir lebih kurang pada 200 selepas masihi dan meninggal dunia lebih kurang pada 284 selepas masihi. Tarikh yang tepat tidak diketahui. Fakta sejarah hidup Diophantus dianggarkan dengan mengkaji pengaruh hasil penemuan beliau dalam hasil kerja ahli matematik yang lain (Wikimedia Foundation, 2006a).

Selain itu, sebuah epigram aritmetik dari antologi Greek memberi beberapa maklumat mengenai hidup beliau. Epigram tersebut adalah seperti berikut:

> *'Makam ini kepunyaan Diophantus. Sangat menakjubkan! Makam ini secara saintifik mengatakan ukuran sejarah hidupnya. Tuhan memberi dia menjadi kanak-kanak pada bahagian keenam hidupnya. Bila ditambah dua belas tahun, muka dia berjanggut. Tuhan memberi dia nasib perkahwinan selepas tujuh tahun dan lima tahun selepas perkahwinannya, Tuhan mengurniakan seorang anak lelaki kepadanya. Malangnya, bila anak itu mencapai separuh daripada hayat bapanya, kubur mengambilnya. 4 tahun selepas keluar dari kesedihan ini dengan sains nombor ini, dia pun mencapai akhir hayatnya.'*

Dari epigram ini, terhasil satu persamaan linear seperti di bawah :

$$x = \frac{x}{6} + \frac{x}{12} + \frac{x}{7} + 5 + \frac{x}{2} + 4$$

di mana x adalah jumlah tahun Diophantus hidup atau jumlah hayatnya. Dari persamaan ini diperolehi $x=84$. Selain itu, mengikut epigram ini beliau berkahwin pada umur ke-33, punyai anak pada umur ke-38 dan meninggal dunia pada umur ke-84, 4 tahun selepas anak beliau meninggal dunia (Lahanaz, 2006).

Hasil kerja beliau yang terkenal ialah 'Arithmetica', mengenai penyelesaian persamaan algebra dengan satu atau lebih pembolehubah dan teori nombor. 'Arithmetica' mempunyai dua kepentingan sejarah. Pertama ialah ia merupakan hasil kerja pertama algebra cara moden. Kedua ialah ia memberi inspirasi untuk kelahiran semula teori nombor. 'Arithmetica' asalnya merupakan 13 buah buku Greek, tetapi hanya 6 buah buku yang masih wujud dalam manuskrip Greek. 4 buah buku yang hilang didapati dalam manuskrip Arab pada tahun 1968 (Encyclopaedia Britannica, 2000). Edisi-edisi 'Arithmetica' sangat mempengaruhi perkembangan algebra di Eropah pada akhir kurun ke-16 sehingga kurun ke-18. Pada tahun 1637, ahli matematik Perancis, Pierre de Fermat menghasilkan hasil kerja terkenal beliau 'Last Theorem' dengan kaji semula 'Arithmetica' dalam Latin (O'Connor & Robertson,1999).

Diophantus terkenal dengan kajian persamaan dengan pembolehubah nisbah. Persamaan Diophantine merupakan hasil kerja beliau dan dinamakan mengikut namanya sendiri. Persamaan Diophantine tidak diselesaikan secara sistematik oleh sesiapa sehingga kurun ke-7, di mana ia berjaya diselesaikan oleh orang-orang Hindu.

Diophantus juga menghasilkan karya mengenai nombor polygon dan 'Porism', sebahagian dari 'Arithmetica', yang sudah hilang (Soylent Communications, 2006).

Diophantus juga dikenali sebagai 'bapa algebra' kerana beliau merupakan orang pertama menggunakan tatatanda algebra dan menyelesaikan persamaan algebra tak tentu yang tertentu. Beliau merupakan orang yang mula-mula mewakilkan pembolehubah dengan huruf, memperkenalkan kuasa untuknya, menggunakan tanda positif, negatif dan beberapa operasi aritmetik yang lain. Tatatanda yang beliau perkenalkan masih digunakan oleh ahli-ahli matematik yang lain sehingga hari ini (Berrien County, 1996).

1.1.2 Nombor Tak Nisbah

Nombor nyata terdiri daripada nombor nisbah dan nombor tak nisbah.

Takrif nombor nisbah, Q:

x disebut nombor nisbah jika, $x = \frac{p}{q}$ di mana $p, q \in Z, \quad q \neq 0$.

Contoh: $\frac{8}{1}, \frac{5}{2}, -\frac{4}{7}, \frac{1{,}234{,}987}{26{,}432{,}876}, \ldots$

Takrif nombor tak nisbah:

Y disebut nombor tak nisbah jika, $y \neq \frac{p}{q}$ di mana $p, q \in Z, \quad q \neq 0$.

Contoh: $\sqrt{2}, \pi = 3.141592\ldots, \sqrt[3]{5}, e, \ldots$

Nombor tak nisbah boleh ditulis dalam bentuk perpuluhan tidak terhingga, tetapi tidak dapat ditulis dalam bentuk pecahan. Nombor tak nisbah mempunyai digit berterusan yang tidak berulang selepas titik perpuluhan. Walaupun nombor tak nisbah tidak selalu digunakan dalam kehidupan harian, tetapi ia wujud dalam dunia matematik. Sebenarnya, di antara 0 dengan 1, wujud nombor tak nisbah yang tidak terhingga bilangannya. Nombor tak nisbah dengan kuasa nombor nisbah boleh menghasilkan nombor nisbah. Contohnya, $\sqrt{2}^{2} = 2$. Nombor tak nisbah dengan kuasa tak nombor nisbah menghasilkan juga nombor nisbah. Contohnya, $\left(\sqrt{2}\right)^{\sqrt{2}} = 1.63252...$ .Terdapat 2 jenis nombor tak nisbah:

i) Nombor algebra

Nombor algebra adalah merupakan sebarang punca suatu polynomial bukan sifar, $P_n(\alpha) = a_n\alpha^n + a_{n-1}\alpha^{n-1} + ... + a_0 = 0$ dengan pekali integer. Dengan kata lain suatu nombor adalah nombor algebra jika memenuhi persamaan algebra $P_n(a) = 0$ untuk sebarang polynomial $P_n(\alpha)$ dengan pekali integer. Semua nombor nisbah dan sesetengah nombor tak nisbah adalah nombor algebra. Set nombor algebra adalah boleh dikira.

Contoh: punca kuadratik seperti $\sqrt{2}$, $\frac{3^{\frac{1}{3}}}{2}$,...

ii) Nombor transcendental

Nombor tak nisbah yang bukan nombor algebra merupakan nombor transcendental. Nombor algebra dengan kuasa nombor algebra adalah nombor transcendental. Ini dibuktikan oleh teorem Gelfond-Schneider. Set nombor transcendental adalah tidak boleh dikira. Nombor Liouville yang merupakan aspek penting dalam penganggaran Diophantine adalah nombor transcendental. Semua nombor Liouville adalah nombor transcendental tetapi bukan semua nombor transcendental adalah nombor Liouville.

Contoh: π, e dan $\sqrt{2}^{\sqrt{2}}$,...

Walau bagaimanapun, terdapat juga kes di mana masih tidak diketahui sama ada nombor itu nombor nisbah atau tidak seperti 2^e, π^e, dan pemalar Euler Mascheroni, γ (Wikimedia Foundation, 2006b).

1.1.3 Sejarah Penemuan dan Perkembangan Nombor Tak Nisbah

Penggunaan nombor tak nisbah yang terawal ialah dalam 'Indian Sulba Sutra'. 'Indian Sulba Sutra' dihasilkan di antara 800-500 sebelum masihi. Bukti pertama penggunaan nombor tak nisbah dianggap dihasilkan oleh ahli matematik, Pythogoros iaitu Pythogorean Hippasus dari Metapontum. Beliau merupakan orang pertama yang membuktikan ketaknisbahan punca kuasa dua bagi 2. Hippasus dikatakan menemui nombor tak nisbah apabila hendak mewakilkan $\sqrt{2}$ sebagai pecahan (Weir, 2006).

Oleh kerana Pythogoros mempunyai kepercayaan yang sangat kukuh dalam kemutlakan nombor, maka beliau tidak mempercayai kewujudan nombor tak nisbah. Walaupun beliau gagal membuktikan ketidakwujudan nombor tak nisbah dengan menggunakan teori logik, tetapi masih tidak dapat menerima kewujudan nombor tak nisbah. Maka Pythogoros menjatuhkan hukuman mati untuk Hippasus yang menemui nombor tak nisbah. Ada juga dikatakan Hippasus dihukum mati kerana membongkarkan rahsia penemuan nombor tak nisbah(Weir, 2006).

Selepas itu, ahli matematik Greek seperti Theaetetus dan Eudoxus mengusahakan ketaknisbahan kuadratik yang lain. Buku 'Elements Book 10' oleh ahli matematik, Euclid adalah mengenai magnitud tak nisbah. Sehingga kurun ke-19, teori ketaknisbahan kekal dorman. Selepas itu, beberapa ahli matematik telah berusaha mengkaji dan menebitkan teori ketaknisbahan(Wikimedia Foundation, 2006b).

Seterusnya pecahan berlanjaran, yang berhubung rapat dengan nombor tak nisbah mendapat perhatian Euler. Pada awal kurun ke-19, dibawa ke perhatian orang ramai dengan hasil kerja ahli-ahli matematik seperti Joseph Louis Lagrange, Druckenmuller , Kunze , Lemke , dan Gunther. Ahli matematik Ramus adalah orang pertama yang berhubung dengan penentu pada tahun 1855 dan seterusnya menyebabkan sumbangan beberapa ahli matematik yang lain seperti Heine, Mobius, dan Gunther, dalam teori penentu Kettenbruch. Dirichlet juga memberi sumbangan dalam teori umum nombor tak nisbah. Selain itu, terdapat ramai lagi ahli matematik yang memberi sumbangan dalam teori nombor tak nisbah (Wikimedia Foundation, 2006b).

Pada tahun 1761, Lambert membuktikan bahawa π bukan nombor nisbah. Beliau juga membuktikan e^n adalah nombor tak nisbah kecuali jika $n = 0$, tetapi buktinya tidak lengkap. Pada tahun 1794, Legendre melengkapkan bukti Lambert dan menunjukkan bahawa π bukan punca kuasa dua sebarang nombor nisbah. Teori Galois penting dalam pembuktian π dan e adalah nombor transcendental. Kewujudan nombor transcendental mula-mula dipelopori oleh Liouville, dan seterusnya digantikan oleh Georg Cantor. Pada tahun 1873, Charles Hermite membuktikan e adalah transcendental dan beliau merupakan orang pertama yang membuktikannya. Dari kesimpulan Hermite, Ferdinand von Lindemann, membuktikan yang π adalah transcendental pada tahun 1882. Bukti Lindemann diringkaskan olehWeierstrass pada tahun 1885 dan diteruskan David Hilbert pada 1893, dan seterusnya dijadikan asas oleh Adolf Hurwitz dan Paul Albert Gordan dalam penemuan mereka (Wikimedia Foundation, 2006b).

1.2 OBJEKTIF KAJIAN

Berikut adalah objektif-objektif kajian saya:

1. Memahami konsep penganggaran Diophantine iaitu mendapatkan anggaran terbaik bagi nombor bukan nisbah dalam sebutan nombor nisbah.
2. Membuktikan teorem Hurwitz iaitu penambahbaikan anggaran Diophantine menggunakan jujukan Farey dengan lebih jelas.
3. Memperluaskan idea penganggaran Diophantine untuk mendapatkan anggaran yang lebih baik bagi nombor tak nisbah.
4. Membandingkan hasil anggaran teorem Hurwitz yang menggunakan jujukan Farey tertib rendah dengan hasil anggaran yang menggunakan tertib tinggi.
5. Membandingkan hasil anggaran teorem penganggaran Dirichlet dan teorem Hurwitz.

1.3 SKOP KAJIAN

Skop kajian ini ialah nombor tak nisbah dan nombor nisbah. Kajian ini memfokuskan penganggaran nombor tak nisbah oleh nombor nisbah. Ia tidak memberi perhatian kepada selain daripada kedua-dua nombor ini.

BAB 2

ULASAN LITERATUR

Set nombor nyata, $\Re$ terdiri daripada nombor nisbah dan nombor tak nisbah (Mollin, 1998). Nombor nisbah didefinisikan dalam beberapa bentuk. Antaranya ialah:

Definisi 1: Nombor nisbah termasuk semua nombor yang boleh diwakili sebagai nisbah di antara 2 integer, iaitu sebagai pecahan (Gallistel *et al.*, 2006).

Definisi 2: Suatu nombor nyata r, adalah nombor nisbah jika wujud integer p dan q dengan $p \neq 0$ sehinggakan $r = \frac{p}{q}$. Semua integer, n adalah nombor nisbah kerana $n = \frac{n}{1}$ (Rosen, 2005).

Definisi 3: Mengikut ahli matematik George Cantor (1845-1918), bapa teori set moden, nombor nisbah adalah pengembangan titik perpuluhan yang berkala (Bogomolny, 2006).

Definisi 4: Nombor nisbah ialah semua nombor yang boleh ditulis dalam bentuk nisbah, iaitu boleh diwakili sebagai pecahan di mana pengangka dan pembahaginya adalah nombor bulat (Shelly, 2000).

Antara definisi nombor tak nisbah ialah:

Definisi 1: Jika r bukan nombor nisbah, maka r disebut nombor tak nisbah (Rosen, 2005).

Definisi 2: Nombor tak nisbah didefinisikan sebagai pengembangan titik perpuluhan yang tidak berulang, ia bukan pekali integer (Mollin, 1998).

Definisi 3: George Cantor (1845-1918), ahli matematik, menyatakan bahawa nombor tak nisbah ialah had bagi siri menumpu nombor nisbah. Nombor nisbah berhubung dengan pengembangan titik perpuluhan yang tidak berkala yang berpanjangan (Bogomolny, 2006).

Definisi 4: Nombor nisbah ialah nombor yang tidak boleh ditulis sebagai pecahan p/q, untuk sebarang integer p dan q, $q \neq 0$ (Weisstein, 2006a).

Nombor tak nisbah adalah sama ada nombor algebra atau nombor transcendental. Suatu nombor, α adalah nombor algebra jika ia merupakan punca fungsi polynomial dengan pekali integer iaitu α adalah nombor algebra jika wujud integer $a_0, a_1, \ldots, a_n$ sehinggakan $a_n\alpha^n + a_{n-1}\alpha^{n-1} + \ldots + a_0 = 0$ (Rosen, 2005). Semua nombor nisbah adalah nombor algebra kerana fungsi polinomialnya adalah x-r. Set nombor algebra adalah boleh bilang (Niven *et al.*, 1991).

Sebarang nombor yang bukan nombor algebra merupakan nombor transcendental. Nombor transcendental adalah suatu nombor yang bukan merupakan punca sebarang polinimial dengan pekali integer. Set nombor transcendental adalah tidak boleh bilang (Niven *et al.*, 1991). Ahli matematik Perancis, Liouville merupakan orang pertama yang menunjukkan bahawa suatu nombor tertentu itu adalah nombor transcendental. Nombor trancendental yang Liouville tunjukkan, dipanggil nombor Liouville α, $\alpha = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{10^{i!}} = 0.1100010000000000000000000001000...$ (Mollin, 1998).Dalam penganggaran Diophantine nombor Liouville wujud dalam teorem Liouville (Rosen, 2005).

Penganggaran Diophantine merupakan salah satu cabang teori nombor yang ditemui oleh ahli matematik Greek, Diophantus. Penganggaran Diophantine berkaitan dengan masalah yang mana nombor nyata yang diberi nombor nisbah atau nomboh tak nisbah ataupun nombor algebra atau nombor transcendental. Secara umumnya, menganggarkan nombor tak nisbah dengan menggunakan nombor nisbah dan menganggarkan nombor transcendental oleh nombor algebra (Hendrick Evertse, 2005).

Jarak di antara suatu nombor nyata dengan integer paling dekat ialah paling banyak $\frac{1}{2}$. Satu bahagian penting dalam penganggaran Diophantine ialah, ia mengkaji sama ada salah satu daripada gandaan *k* suatu nombor nyata lebih dekat atau tidak kepada suatu integer. Lebih khusus, ia memberi perhatian kepada penganggaran nombor tak nisbah oleh nombor nisbah (Rosen, 2005).

Teorem Thue-Siegel Roth merupakan hasil yang asas dalam penganggaran Diophantine bagi nombor algebra (Sprindzhuck., 2006).Teorem Thue-Siegel Roth dihasilkan oleh Axel Thue. Hasil mereka disambung oleh Carl Ludwig Siegel dan seterusnya oleh Roth. Teorem Thue-Siegel-Roth juga dipanggil Teorem Roth kerana hasil yang terbaikmungkin teorem ini dihasilkan oleh Roth. Teorem Roth merupakan

RUJUKAN

Berrien County, 1998. *Biographies of Mathematicians - Diophantus.* http://www.andrews.edu/~calkin/ biodioph.htm.

Bogomolny, A., 2006. *What is a Number* ?. http://www.cut-the-knot.org//do-you-know/numbers.html.

Encyclopaedia Britannica, 2000. *Diophantus of Alexandria.* http://www.en.britannica. org/ Diophantus.html.

Evertse, J. H., *Diophantine Equations and Diophantine Approximation.* http://www.math.leidenuniv.nl/pdf/1_030012.pdf.

Gallistel, C. R., Gelman, R., Cordes, S., 2006. Cultural and Evolutionary History of the Real Numbers, *Culture and Evolution*, 1-27. http://www.sciencedirect.com.

Lahanaz, M., 2006. *Diophantus of Alexandria.* http://www.mlahanas.de/Greeks/ Greeks.htm.

Leveque, W. J. 1962. *Elementary Theory of Numbers.* Addison-Wesley Publishing Company, Inc, United States of America.

Mollin, R. A. 1998. *Fundamental Number Theory with Applications.* CRC Press LLC, United States of America.

Narkiewicz, W. & Kanemitsu, S. (ptrj). 1983. *Number Theory.* Singapore National Publisher, Singapura.

Niven, I., Zuckerman, H. S. & Montgomery, H. L. 1991. *An Introduction to Theory of Numbers.* 5th edition. John Wiley and Sons Inc, United States of America.

Niven, I. 1963. *Diophantine Approximations*. Interscience Publishers, United States of America.

O'Connor, J. J. & Robertson, E. E., 2006. *Diophantus of Alexandria.* http://history.mcs.st-andrews.ac-uk/biograpies/Diophantus.html.

Razborov, A. A., 2003. Resolution Lower Bound for the Weak Functional Pigeonhole Principle. *Theoritical Computer Science* **303**.

Rosen, K. H. 2005. *Elementary Number Theory and its Applications*. 5th edition. Pearson Addison Wesley, United States of America.

Schumer, P. D. 1996. *Introduction to Number Theory*. PWS Publishing Company, United States of America.

Shelly, W., 2000. *Irrational Numbers*. http://www.faculty.edu.umuc.ed/~swalsh/math articles.html.

Soylent Communications, 2006. *Diophantus*. http://www.nndb.com.

Sprindzhuk, V.G., 2006, *Diophantine Approximation, Problems of Effective*. http://eom.springer.de/t092780.htm.

Weir,G., 2006. *Number*. http://www.informat.io/irrational-number-history.

Weisstein, E., 2006a. *Irrational Numbers.* http://www.mathworld.wolfram.com/ IrrationalNumber.html.

Weisstein, E., 2006b. *Liouville's Approximation Theorem*.http://mathworld.wolfram.com/ LiouvillesApproximationTheorem.html

Wikimedia Foundation, 2006a. *Diophantus*. www.wikipedia.org/wiki/ Diophantus.

Wikimedia Foundation, 2006b. *Irrational Numbers*. www.wikipedia.org/wiki/ irrational_number.

Wikimedia Foundation, 2006c. *Thue-Siegel-Roth theorem*. www.wikipedia.org/wiki/ Thue-Siegel-Roth theorem.